

Ivan A. Škokljev

PLANIRANJE  
ELEKTROENERGETSKIH  
SISTEMA

problemi, pitanja i odgovori  
iz odabranih oblasti



Тaurus Публик

---

Београд

2000

Dr Ivan A. Škokljev

## PLANIRANJE ELEKTROENERGETSKIH SISTEMA

Recenzenti:

Nebojša Ivošević      docent Elektrotehničkog fakulteta u Beogradu,  
Energoprojekt, Beograd  
Dr Jovan Nahman      redovni profesor Elektrotehničkog fakulteta  
u Beogradu  
Dr Milenko Đurić      redovni profesor Elektrotehničkog fakulteta  
u Beogradu

Izdavač: Taurus Publik, Beograd

Za izdavača, glavni i odgovorni urednik:  
Dragan Milunović, direktor

Štampa: Udruženje Nauka i društvo Srbije, Beograd

CIP – Каталогизација у публикацији  
Народна библиотека Србије, Београд

621.311:65.012.2(075.8)

ШКОКЉЕВ, Иван

Planiranje elektroenergetskih sistema :  
problemi, pitanja i odgovori iz odabranih oblasti /  
Ivan A. Škokljev. – Beograd :

Taurus Publik, 2000 (Beograd: Udruženje Nauka i  
društvo Srbije). – VII, 295 str. :  
graf. prikazi : 21 cm

Tiraž 300. – Bibliografija : str. 289 – 295

a) Електроенергетски системи – Планирање  
ID=82481932

**PLANIRANJE  
ELEKTROENERGETSKIH SISTEMA**

Problemi, pitanja i odgovori  
Iz odabranih oblasti

**Ivan Škopljev**

**TAURUS PUBLIK**  
Beograd  
2000

**Besplatno on-line izdanje**  
Beograd, Bul. Kralja Aleksandra 73  
Tel. 011-3218-354

## Sadržaj

Uvod	1
<b>I Inženjerska ekonomija</b>	<b>7</b>
<i>Problem 1.1</i> Kapital. Interes. Interesna stopa. Vreme upotrebe kapitala. Prosti i složeni interes. Anticipativno i dekurzivno računanje interesa.	7
<i>Problem 1.2</i> Formule za proračun složenih interesnih faktora.	7
<i>Problem 1.3</i> Bankarska kamata. Štednja. Prinos. Dijagram novčanog toka.	9
<i>Problem 1.4</i> Trošak propuštene prilike. Minimalna, atraktivna stopa prinosa (MARR).	11
<i>Problem 1.5</i> Diskontovanje.	12
<i>Problem 1.6</i> Sadašnja vrednost troška propuštene prilike.	13
<i>Problem 1.7</i> Faktor aktualizacije uniformnog niza. Faktor povraćaja kapitala, primer I.	14
<i>Problem 1.8</i> Faktor povraćaja kapitala, primer II.	15
<i>Problem 1.9</i> Faktor buduće vrednosti uniformnog niza.	16
<i>Problem 1.10</i> Faktor akumulacije uniformnog niza, primer I.	17
<i>Problem 1.11</i> Analitička veza između faktora povraćaja kapitala i faktora akumulacije uniformnog niza. Granična vrednost faktora sadašnje vrednosti uniformnog niza.	18
<i>Problem 1.12</i> Periodično podizanje iznosa iz banke.	19
<i>Problem 1.13</i> Uniformni niz sa godišnjom inflacijom. Izravnati godišnji ekvivalent inflacionog niza.	19
<i>Problem 1.14</i> Povraćaj zajma kada nema inflacije i kada postoji inflacija.	22
<i>Problem 1.15</i> Kvartalna kamata. Kvartalna rata otplate zajma.	23
<i>Problem 1.16</i> Faktor akumulacije uniformnog niza, primer II.	24
<i>Problem 1.17</i> Trošak povraćaja kapitala, primer I. Ostatna vrednost.	25
<i>Problem 1.18</i> Trošak povraćaja kapitala, primer II.	25
<i>Problem 1.19</i> Regularni anuitet. Odloženi anuitet.	27
<i>Problem 1.20</i> Ekonomski kriterijum za prihvatanje angažovanja na projektu. Jednačina aktualizovanih novčanih tokova. Metode za određivanje ekonomske	

	Strana
efektivnosti investicija.	32
<b>Problem 1.21</b> Sadašnja vrednost projekta.	33
<b>Problem 1.22</b> Godišnji ekvivalent vrednosti investicionog projekta.	33
<b>Problem 1.23</b> Metoda interne stopa prinosa (IRR).	35
<b>Problem 1.24</b> Metoda eksterne stope prinosa (ERR).	38
<b>Problem 1.25</b> Metoda perioda otplate.	40
<b>Problem 1.26</b> Metoda analize koristi i troškova (BC).	42
<b>Problem 1.27</b> Poređenje godišnje vrednosti troškova za tri alternative projekta.	43
<b>Problem 1.28</b> Primena metode analize koristi i troškova za tri alternative projekta, primer I.	45
<b>Problem 1.29</b> Primena metode analize koristi i troškova za tri alternative projekta, primer II.	49
<b>Problem 1.30</b> Amortizacija.	50
<b>Problem 1.31</b> Pravolinijska amortizacija.	
Knjigovodstvena vrednost osnovnog sredstva.	52
<b>Problem 1.31</b> Metoda sume broja godina (SYD).	53
<b>Problem 1.31</b> Metoda sume broja godina (SYD), primer I.	53
<b>Problem 1.34</b> Ubrzana šema za povraćaj kapitalnih troškova (ACRS).	55
<b>II Prognoza potrošnje</b>	57
<b>Problem II.1</b> Posledice neostvarene prognoze potrošnje.	57
<b>Problem II.2</b> Veličine koje opisuju potrošnju električne energije, koje se prognoziraju.	58
<b>Problem II.3</b> Metodologije planiranja razvoja potrošnje električne energije.	59
<b>Problem II.4</b> Nezavisne ili ekstrapolacione metode.	
Funkcionalne zavisnosti.	60
<b>Problem II.5</b> Metoda minimuma sume kvadrata odstupanja.	62
<b>Problem II.6</b> Matematički model za aproksimaciju niza merenja pravom. Tabela za izračunavanje konstanti.	63
<b>Problem II.7</b> Aproksimacija potrošnje energije pravom. Disperzioni dijagram.	65
<b>Problem II.8</b> Aproksimacija niza opservacija logaritamskom pravom. Tabela za izračunavanje konstanti.	66
<b>Problem II.9</b> Aproksimacija potrošnje energije logaritamskom pravom.	69
<b>Problem II.10</b> Aproksimacija niza opservacija logaritamskom	

	parabolom. Tabela za izračunavanje konstanti.	
73		
<b>Problem II.11</b>	Aproksimacija potrošnje energije logaritamskom parabolom.	76
<b>Problem II.12</b>	Prognoza potrošnje električne energije na način zavisne (korelacione) metodologije. Korelaciona jednačina. Koeficijent korelacije.	79
<b>Problem II.13</b>	Primer za linearnu korelaciju dve veličine.	79
<b>Problem II.14</b>	Korelacija pravom. Koeficijent korelacije. Kriterijum korelacije.	80
<b>Problem II.15</b>	Korelacija bruto nacionalnog dohotka i ukupne potrošnje energije po korelacionoj pravoj.	82
<b>III Planiranje izvora</b>		88
<b>Problem III.1</b>	Procenat rezerve. Metoda gubitka najvećeg generatora. Metoda očekivanog gubitka opterećenja.	88
<b>Problem III.2</b>	Korelacija bruto nacionalnog dohotka i ukupne potrošnje energije po korelacionoj pravoj.	88
<b>Problem III.3</b>	Metoda procenta rezerve. Kada treba uvesti novu generatorsku jedinicu.	90
<b>Problem III.4</b>	Rezerva od dva generatora u sistemu. Intervali planiranja. Dopunska snaga izvora. Konstantna stopa porasta potrošnje $p$ . Pitanje izbora nominalne snage jedinice generatora u razvoju izvora.	95
<b>Problem III.5</b>	Specifična cena generatora. Specifična cena referentnog generatora. Izračunavanje faktora $\alpha$ .	100
<b>Problem III.6</b>	Dijagram relativne cene generatorske jedinice (%/gen). Dijagram relativne specifične cene generatora (%/kW).	
101		
<b>Problem III.7</b>	Procenat dodatne snage generisanja od maksimalne snage opterećenja. Broj dodatnih generatora, cena investicija, za različite stope porasta potrošnje $p$ u funkciji faktora veličine generatorske jedinice $a$ .	102
<b>Problem III.8</b>	Raspoloživi proizvodni elektroenergetski kapaciteti elektroenergetskog sistema SR Jugoslavije.	106
<b>Problem III.9</b>	Simulacija proizvodnje elektrane. Dijagram trajanja opterećenja. Specifična cena ili jedinični investicioni trošak	

	Strana
generatora. Jedinični troškovi goriva. Specifična potrošnja toplote.	108
<b>Problem III.10</b> Dinamičko programiranje. Dijagram prelaska. Optimalna strategija razvoja izvora. Tehnika potpunog prebrojavanja stanja.	116
<b>Problem III.11</b> Bellman-ov princip optimalnosti.	119
<b>Problem III.12</b> Dinamičko programiranje unapred.	120
<b>Problem III.13</b> Važnost eksploatacionih troškova. Nužnost preciznije analize preko diferencijalnih troškova potrošnje toplote.	121
<b>Problem III.14</b> Dnevni dijagram opterećenja. Osnovne veličine i relativne karakteristične veličine dijagrama opterećenja. Podela dnevnog dijagrama opterećenja. Dijagram trajanja opterećenja.	122
<b>Problem III.15</b> Instalirana snaga elektrane. Maksimalna snaga elektrane. Raspoloživa snaga elektrane. Maksimalni protok hidroelektrane. Srednja godišnja proizvodnja hidroelektrane. Maksimalna proizvodnja hidroelektrane. Vreme pražnjenja akumulacionog bazena. Energetska vrednost akumulacionog bazena. Protočne, akumulacione sa dnevnom i akumulacione hidroelektrane sa sezonskom akumulacijom. Maksimalna proizvodnja termoelektrane.	125
<b>Problem III.16</b> Akumulaciona hidroelektrana sa dnevnom akumulacijom.	126
<b>Problem III.17</b> Akumulaciona hidroelektrana sa sedmičnom akumulacijom.	131
<b>Problem III.18</b> Kriterijum za popunjavanje dnevne krive trajanja opterećenja. Uslov tehničkog minimuma u termoelektranama.	135
<b>Problem III.19</b> Popunjavanje dnevne krive trajanja opterećenja proizvodnjom iz termoelektrane i dve protočne hidroelektrane.	137
<b>Problem III.20</b> Popunjavanje dnevne krive trajanja opterećenja proizvodnjom iz termoelektrane i akumulacione hidroelektrane.	139
<b>Problem III.21</b> Akumulaciona hidroelektrana (AHE) plasira i maksimalnu snagu i celokupnu svoju energiju.	140
<b>Problem III.22</b> Kriterijum uklapanja proizvodnje iz više AHE. Rad dve AHE različitih maksimalnih snaga i različite	

relativne moguće proizvodnje.	141
<b>Problem III.23</b> Popunjavanje dnevnog dijagrama opterećenja proizvodnjom iz akumulacione hidroelektrane sa sedmičnom akumulacijom i termoelektrane.	143
<b>Problem III.24</b> Redosled popunjavanja konzumnog okvira.	146
<b>Problem III.25</b> Dijagram energija-snaga.	149
<b>Problem III.26</b> Bilans aktivne snage i energije elektroenergetskog sistema.	151
<b>Problem III.27</b> Simulacija proizvodnje izvora i ograničenja mreže. Propusna moć voda. Korektivna akcija u slučaju povrede ograničenja prenosa.	152
<b>Problem III.28</b> Definicije u vezi sa ograničenjima kapaciteta prenosa.	157
<b>IV Elementi pouzdanosti: LOLP metoda</b>	159
<b>Problem IV.1</b> Pouzdanost.	159
<b>Problem IV.2</b> Događaj. Isključivi i komplementarni događaji. Intenzitet otkaza elementa.	160
<b>Problem IV.3</b> Izračunavanje verovatnoće.	162
<b>Problem IV.4</b> Pravila za kombinovanje verovatnoća.	162
<b>Problem IV.5</b> Raspodela verovatnoće.	165
<b>Problem IV.6</b> Eksperiment. Binomna raspodela verovatnoće.	167
<b>Problem IV.7</b> Raspoloživost redne veze.	168
<b>Problem IV.8</b> Raspoloživost paralelne veze. Potpuno redundantan sistem.	170
<b>Problem IV.9</b> Raspoloživost šeme I.	172
<b>Problem IV.10</b> Raspoloživost šeme II.	172
<b>Problem IV.11</b> Rangiranje varijanti mreže prema kriterijumu "što veće pouzdanosti za što veći broj potrošača".	173
<b>Problem IV.12</b> Šema sa dvostranim napajanjem.	177
<b>Problem IV.13</b> Dijagram prelaza. Stanja sistema.	179
<b>Problem IV.14</b> Ispad (otkaz). Prinudni ispad. Planirani ispad.	180
<b>Problem IV.15</b> Stanja raspoloživosti elektrane I. Dijagram prelaza I.	181
<b>Problem IV.16</b> Stanja raspoloživosti elektrane II. Dijagram prelaza II.	183
<b>Problem IV.17</b> LOLP metoda.	184
<b>Problem IV.18</b> Adekvatnost rezerve sistema po LOLP metodi.	187
<b>Problem IV.19</b> LOLP metoda u različitim scenarijima razvoja sistema.	197
<b>Problem IV.20</b> LOLP metoda i prognoza opterećenja.	202
<b>Problem IV.21</b> Pristup problemu planiranja remonta.	207



	Strana
<b>Problem IV.22</b> LOLP metoda i planiranje remonta.	210
<b>Problem IV.23</b> LOLP metoda u različitim uklopnim šemama sistema.	214
<b>Problem IV.24</b> Mreža. Deklarisanje stanja.	221
<b>V Planiranje mreža</b>	<b>223</b>
<b>Problem V.1</b> Planiranje razvoja prenosnih mreža. Tradicionalni postupak planiranja mreža. Koncept sigurnosti. Proračun tokova snaga. Etape planiranja razvoja mreže.	223
<b>Problem V.2</b> Statička sigurnost elektroenergetskog sistema.	225
<b>Problem V.3</b> Razlika između pouzdanosti, sigurnosti i stabilnosti elektroenergetskog sistema.	226
<b>Problem V.4</b> Kriterijumi, faze i metode planiranja prenosnih mreža.	227
<b>Problem V.5</b> Etape heurističkog pristupa planiranju prenosnih mreža.	228
<b>Problem V.6</b> DC proračun tokova snaga u matricnoj formulaciji.	230
<b>Problem V.7</b> "Greška" DC proračuna tokova snaga.	235
<b>Problem V.8</b> Analiza statičke sigurnosti po (n-1)-kriterijumu.	236
<b>Problem V.9</b> Metoda sukcesivnog širenja mreže.	241
<b>Problem V.10</b> Analiza osetljivosti. Indeks efikasnosti.	242
<b>Problem V.11</b> Akcije koje mogu da se preduzmu u cilju rasterećenja preopterećene grane.	248
<b>Problem V.12</b> Heuristički postupak rasterećenja baziran na preraspodeli generisanja u mreži sistema.	249
<b>Problem V.13</b> Klasifikacija gubitaka u mrežama elektroenergetskog sistema. Posledice postojanja gubitaka.	253
<b>Problem V.14</b> Određivanje parametara režima na jednom kraju impedanse pomoću parametara režima na drugom kraju. Gubici, ili snaga koju prima redna impedansa u funkciji snage koju odaje element sa dva para krajeva.	254
<b>Problem V.15</b> Gubici snage i energije po elementu trofaznog, uravnoteženog sistema u ustaljenom stanju. Vreme trajanja maksimalne snage $T_M$ . Metoda vremena trajanja maksimalnih gubitaka $\tau_M$ .	256
<b>Problem V.16</b> Nominalni gubici u bakru transformatora. Nominalni gubici u gvožđu transformatora.	259
<b>Problem V.17</b> Gubici snage i energije u radijalnoj	

	distributivnoj mreži I. Primena metode vremena trajanja maksimalnih gubitaka $\tau_M$ .	260
<b>Problem V.18</b>	Gubici snage i energije u radijalnoj distributivnoj mreži II. Primena metode vremena trajanja maksimalnih gubitaka $\tau_M$ .	262
<b>Problem V.19</b>	Gubici snage i energije u radijalnoj distributivnoj mreži III. Primena metode vremena trajanja maksimalnih gubitaka $\tau_M$ .	263
<b>Problem V.20</b>	Izračunavanje gubitaka aktivne snage i aktivne energije po metodi Holmgreen-Rung.	265
<b>Problem V.21</b>	Kategorije potrošnje, pokazatelji potrošnje.	266
<b>Problem V.22</b>	Veza $\tau$ -metode i Holmgreen-Rung metode.	271
<b>Problem V.23</b>	Godišnji troškovi gubitaka po metodi Holmgreen-Rung.	272
<b>Problem V.24</b>	Veza između procene gubitaka u mreži sistema, prognoze opterećenja i snage izvora.	275
<b>Dodatak</b>		277
<b>Problem D.1</b>	DCXLS. Vizualizacija. Porast opterećenja potrošača. Porast snage izvora. Pojavljivanje uskih grla u mreži sistema.	277
<b>Problem D.2</b>	SADCLF. Prenosna funkcija mreže, simbolički. Planiranje razvoja mreže. Vizualizacija. Analiza osetljivosti. Klasična numerička analiza. Prednosti objektno-orijentisanog pristupa.	281
<b>Literatura</b>		289

## Uvod

Postoji jedna osobina *električne energije*, koja je odredila oblast planiranja elektroenergetskih sistema: zbog svoje fizičke prirode, električna energija se gotovo *jednovremeno i proizvodi i troši*. Količine električne energije koja se skladišti su relativno male. Zbog karakteristične, skoro istovremene proizvodnje i potrošnje, koju je jedan autor nazvao "praćenje u stopu" (*close tracking*), planeri elektroenergetskog sistema bi svojom aktivnošću trebalo da pomognu da elektroenergetski sistem odgovarajućom proizvodnjom odgovori zahtevima potrošnje. Pošto se objekti elektroprivrede dugo grade, a s obzirom da je za njihovu izgradnju potrebna i duga priprema, pojavila se multidisciplinarna oblast *dugoročnog planiranja elektroenergetskih sistema*, koja koordinira aktivnosti planiranja i sumira potrebno ekspertsko znanje.

Skladištenjem proizvoda, mi ga odlažemo za kasnije korišćenje. Od davnina čovek skladišti stvari za upotrebu, novac, energente. Ta briga o budućem životu, ponekad i na štetu sadašnjeg, osobina je koja čoveka razlikuje od ostalih živih bića. To je suština planiranja - *planiranje* je jedan oblik *odgođenog odziva*. Akcije se preduzimaju u određenom trenutku, ili planiraju za određeni trenutak, a *korist od takve akcije se ubira kasnije*. Interesantno je da se poriv za odlaganjem nauštrb trenutnog zadovoljenja kod čoveka javlja u toku života kasnije, sa sazrevanjem. Poznato je da veoma mala deca zahtevaju trenutno zadovoljenje svojih potreba (*instant gratification*). Jacob Bronowski kaže da je planiranje u osnovi sociološkog ponašanja čoveka, kao vrste [1]. Mi odlažemo donošenje odluka dok ne prođe detinjstvo, da bismo mogli da akumuliramo znanje. Ovoj hamletovskoj 'kočnici' čude se u primitivnim društvima, kod kojih je sazrevanje mnogo brže. Von Neumann, rodonačelnik računarstva, kaže da treba razlikovati kratkoročnu taktiku, koja se može precizno izračunati, od *dugoročne strategije* kod koje se *generišu mnoge, a biraju najbolje varijante*. U ovoj definiciji vidimo *heurističku prirodu* dugoročnog planiranja, od koje se ne može pobeći. *Heuristika* je, po definiciji, generisanje potencijalnih rešenja (planova) i izbor između njih, po unapred definisanom kriterijumu. Ovoj definiciji ćemo se vraćati, kad god je budemo prepoznali u našim problemima. U ovoj knjizi, *Excel* je taj izvanredni alat koji je omogućio da navedenu definiciju autor pretvori u praksu. Autor koristi *Excel* da generiše 'potencijalna rešenja' kroz *spreadsheet* proračune, i na taj način pokaže da planirati nije napraviti jedno rešenje, 'jedan plan', već više njih, između kojih se bira, po nekom kriterijumu. Slično. i kod drugih primera, planirati znači uzeti u obzir makar jednu alternativu, makar ona bila i kvijetišćko 'ne raditi ništa'.

Bronowski kaže dalje da je u toku evolucije, koja traje od milion do pet miliona godina, ljudski mozak uvećan dva do tri puta. Međutim, mozak se nije u svim delovima proporcionalno razvio. Uvećao se samo u četiri oblasti. To su: oblast koja kontroliše rad ruku, oblast koja upravlja funkcijom govora, oblast koja omogućava predviđanje i na kraju, oblast koja kontroliše funkciju planiranja. Planiranje je, zaključuje ovaj filozof nauke, biološki važna ljudska delatnost, aktivnost važna za opstanak vrste. *Planiranje elektroenergetskih sistema* je još jedna oblast u opštoj "planerskoj" delatnosti čoveka. Električna energija se jednovremeno proizvodi i troši, ali je *potrošnja* od proizvodnje nezavisna veličina, *sklona rastu*. Potrošači električnih usluga organizovani su u ogromna *tržišta* svojih država. Do pre izvesnog vremena, moćne državne elektroprivredne organizacije imale su 'prirodni' monopol na svojim tržištima. Monopolski položaj državnih elektroprivrednih organizacija podrazumevao se zbog strateške važnosti ovog resursa. NATO agresija 1999. godine pogađa i naš elektroenergetski sistem. U danima kada cela nacija nema električne energije, ili kada je ona zbog oštećenosti postrojenja lošijeg kvaliteta, shvata se šta znači 'strateška važnost'. Da bi se postojanje električne energija i dalje 'podrazumevalo', treba stimulisati školovanje, razvoj i istraživanje u ovoj naučnoj oblasti.

Do pre izvesnog vremena nije se moglo zamisliti da elektroenergetski sistem može da bude drugačiji, nego centralno organizovan i centralno planiran. Od Teslinih patenata iz 1888., nastaje razvoj elektroenergetskih sistema od elektrane koja napaja potrošnju (1895, Niagara), sve do današnjih kontinentalnih interkonekcija. Međutim, od 1980., javlja se ideja da o demonopolizaciji. Deregulacija, re-regulacija, demonopolizacija ili liberalizacija tržišta snage i energije, kako se sve to naziva, trebalo bi da omogući konkurentnost na tržištu 'električnih proizvoda', rasterećenje državnih budžeta, veće mogućnosti za plasiranje inovacija i ulaganja u nove tehnologije, ali i stvaranje prostora za prodor velikog, internacionalnog kapitala... Nove tehnologije (Internet, ili FACTS) bi trebalo da omoguće da *cena električne snage i energije postane osetljiva od ponude i tražnje*, što bi učinilo da ovi 'električni proizvodi' više liče na drugu robu. Kroz cenu formiranu na tržištu, trebalo bi da se promoviše tehnologija, sigurnost, kvalitet, odgovornost za zagađenje, što sada opterećuje podjednako ceo sistem. Osnovna naučna istraživanja u eksploataciji i planiranju elektroenergetskih sistema okrenula su se tržištu. Aforizam Jiržija Leca 'ex oriente lux, ex occidente luxus' (sa istoka svetlost/duh, sa zapada luksuz), nažalost, i uz ogorčenje koje svako od nas oseća zbog tretmana kojem nas je Zapad podvrgao, najbolje odslikava muku našeg duha. Naime, inženjer se trudi da se bavi onim najnovijim u svojoj struci, odnosno tehnologijom. Izraz 'nova tehnologija' je pleonazam. Tehničke nauke skoro da i nemaju

memorije, nemaju svoje istoričare. U tehničkim muzejima ne leže predmeti upotrebne vrednosti. Tehnika je uspešna inovacija, zastarelo se zaboravlja.

Ova knjiga se bavi selekcijom osnovnih pojmova planiranja sistema. I kao 'centralno' planiran (izraz je ozloglašen posle propasti sovjetskog modela) i kao deregulisan, elektroenergetski sistem je od strateške važnosti za državu. Uvek će morati da postoji barem minimum opšteg zajedničkog interesa za planiranje sigurnog i održivog razvoja ključnih segmenata elektroenergetskog sistema, od izvora, preko proizvodnje i prenosa, do smanjenja gubitaka. Fenomenologija elektroenergetskog sistema sagledanog u njegovom razvoju, ipak se menja, no pojmovi iz ekonomije, sigurnosti, pouzdanosti, mreža i slično, u osnovi su invarijantni od promenljivih političkih rešenja, premda je glosar sada bogatiji (obnovljivi izvori, tržište). U većini kapitalističkih zemalja, vlada je ta koja poseduje znatan deo nacionalne privrede preko državnih preduzeća u ključnim infrastrukturnim sektorima (železnice, putevi, luke, aerodromi), ili preko onih koja se bave pružanjem ključnih usluga (vodovod, električna energija, pošta), a često njima i rukovodi. Pošto vlada planira aktivnosti državnih preduzeća, to znači da je znatan deo prosečne kapitalističke privrede podvrgnut direktnom planiranju. Mnoge razvijene zemlje koriste tzv. 'indikativno planiranje'. Naime, vlada utvrdi široko postavljene ciljeve za ključne ekonomske varijable (ulaganja u strateške industrijske grane, razvoj infrastrukture, izvoz) i radi s privatnim sektorom, a ne protiv njega, da bi se ti ciljevi ostvarili. Za razliku od klasičnog centralnog planiranja, ti postavljeni ciljevi nisu pravno obavezujući. Međutim, vlada će dati sve od sebe (poznata metoda 'štapa i šargarepe'), da se oni i ostvare. Dalje, u svim kapitalističkim zemljama, vlada planira nacionalnu tehnološku budućnost time što finansira veliki deo istraživanja i razvoja. U SAD, zemlji slobodnog tržišta, osamdesetih godina prošlog veka, vlada je finansirala i do 65% razvoja! Slepo praćenje tržišnih signala nije dobar put za rukovođenje nekim poslom. Ukratko, ne može se živeti ni samo od slobodnog tržišta, ali ni samo sa centralnim planiranjem.

Planirati znači stvarati, razrađivati *plan mera* i utvrđivati *vreme* za izvršenje, odnosno ostvarenje kakvog *zadatka*. Planiranje je *sistematski način* razmišljanja o budućnosti. Smisao planiranja je *smanjivanje rizika*. Evo i jedne heraklitovske definicije: planiranje je *vremenski proces koji uzima u obzir stalnost promena*. Dugoročno planiranje ima svojstva upravljanja. Proces planiranja generiše planove. Planovi brzo zastarevaju. Plan je samo jedan od rezultata planiranja. 'Planiranje je sve, plan je ništa'.

Karakteristike planiranja su:

- profitna orijentacija
- kontinualnost
- tržišna orijentacija

- primarna faza procesa upravljanja
- realizam, kao kompromis ambicija i mogućnosti
- efikasnost
- sveobuhvatnost
- demokratičnost, kao poštovanje i usklađivanje interes većeg broja subjekata [2]
- multidisciplinarnost.

Planiranje elektroenergetskog sistema jedne države povezano je sa planiranjem energetike, koja se kao strateška i infrastrukturna privredna grana bavi obezbeđivanjem, proizvodnjom, transportom, supstitucijom i korišćenjem svih vrsta energije. Zadatak u planiranju opšte energetike jedne države je izrada globalnih planova društveno-ekonomskog razvoja države, razvoja opšte potrošnje energije i primarnih resursa, kao i razvoja elektroprivrede i njenog elektroenergetskog sistema. Elektroenergetski sistem (elektrane, prenosne i distributivne mreže, transformatori i potrošači) je složen tehnološki sistem, dinamičan u vremenu, čija je funkcija da *sigurno i na ekonomičan način* snabdeva potrošače električnom snagom i energijom, određenog kvaliteta. Složenost ovog sistema ogleda se u njegovoj veličini, geografskoj rasprostranjenosti, složenosti strukture i složenosti informacija koje pruža i koje traži da bi se njime upravljalo. Matematički modeli koji opisuju rad i razvoj ovog sistema raznovrsni su i razlikuju se u svojoj složenosti, što zavisi od stepena *dekompozicije, agregacije i zanemarenja* u modelu elektroenergetskog sistema. Na problemu izvođenja takozvanog DC modela proračuna tokova snaga, biće pokazano šta se dobija postupkom dekompozicije, agregacije i zanemarenja (na primer, dobija se na brzini, od iterativnog postupka dobija se direktan), a šta se gubi (na primer, informacija o naponima, reaktivnim snagama, kao i tačnost proračunavanja aktivnih snaga). Potrošnja električne energije gotovo stalno pokazuje rast. Sledeća tabela pruža nam uvid u ovu tendenciju [3].

Tabela U.1 [3]

<i>godina</i>	<i>1950</i>	<i>1960</i>	<i>1970</i>	<i>1980</i>	<i>1990</i>
	<i>Instalisana snaga (GW)</i>				
<i>Jugoslavija</i>	0,7	2,5	6,9	14	20
<i>Srbija</i>	0,18	0,7	2,7	5,5	8,8
<i>SAD</i>	-	186,5	360	630	-
<i>Svet</i>	135*	531**	1125	2003	-
	*-bez SAD	**-bez Kine			

Primećujemo da je porast stalan, a udvostručenje instalisane snage za deset godina redovna pojava. Civilizacijski progres se izjednačava sa

potrošnjom i proizvodnjom električne snage i energije. Postoji i ovakav primer: ako je mišićna snaga najjačeg čoveka 100W, tada je prosečan stanovnik SAD oko 1980. godine imao oko  $600 \times 10^9 / 240 \times 10^6 = 2,5 \text{kW}$  ili 25 'električnih robova' na raspolaganju, dok je stanovnik Jugoslavije imao  $20 \times 10^9 / 20 \times 10^6 = 1 \text{kW}$  ili 10 istih. I to su pokazatelji razvoja od značaja za planiranje sistema. Oni ukazuju na to zašto postoji 'glad za energijom', kao i na primarne motive političkih događanja.

1973. godine, takozvani *Consumer Price Index* za grupu zemalja Zapada (indeks sličan našoj 'potrošačkoj korpi') pokazao je drastičan skok. To je bilo u vreme *naftnog embarga* koje su zemlje *OPEC-a* (*Organisation of Petroleum Exporting Countries*) nametnule Zapadu. Ovaj skok proizveo je tamo političke tenzije i zabrinutost. Cilj proarapskog *OPEC-a* bio je da se Izrael porazi u ratu koji je, uz savezništvo SAD, vodio protiv arapskih zemalja. Proizvodni troškovi za barel nafte bili su tada 10-20 centi, dok je barel na tržištu vredeo 1-2US\$. *OPEC* je zatražio 10US\$ za barel, pri čemu je Saudijska Arabija, da bi se ostvario pritisak na SAD, bila spremna da potpuno prekine svoju proizvodnju [4]. Pod takvom prinudom, cene nafte su porasle. 'Naftni šok' je imao mnogostruke implikacije. Jedna od posledica bilo je i koncentrisanje istraživanja na nove primarne izvore energije (obnovljivi izvori, obuhvaćeno sadržajem predmeta Opšta energetika, sajt katedre za Elektroenergetske sisteme Elektrotehničkog fakulteta, <http://ees.etf.bg.ac.rs/predmet.php?id=15>), na iznalaženje boljih načina za generisanje i prenos električne energije sa naglaskom na iskorišćenje i smanjenje gubitaka u pretvaranju i transportu električne energije [5]. Paradigma *statičke sigurnosti* elektroenergetskog sistema nastala je tada, osnovan je poznati *EPRI* (*Electric Power Research Institute*), a kao posledica brige za energetske budućnost SAD nastao je 1977. i *DOE* (*Department of Energy*).

Jedan od ciljeva planiranja elektroenergetskog sistema je maksimalna *efikasnost investiranja*. U ovoj knjizi biće prikazana ova, naizgled transutilitarna koncepcija, koja se ne zasniva primarno na maksimizaciji profita. Cilj takozvanog *B/C* (*Benefit/Cost*) koncepta je *opšta dobrobit*, koja ima socijalni karakter. Što je za manju investiciju (*cost=trošak*) dobijena veća opšta *korist* (*=benefit*), to je *B/C* količnik veći, plan je atraktivniji. Prikazan je i koncept *vrednosti novca u vremenu*, kao i pojam *troška propuštene prilike*. O inženjerskoj ekonomiji govori *prvo poglavlje* ove knjige.

*Neizvesnost* u predviđanju budućeg razvoja događaja, kao što je trend potrošnje, ili pojava kvarova, karakteristična je za planiranje elektroenergetskih sistema. O tome će biti reči u *drugom poglavlju*, u prognozi potrošnje, kao i u *četvrtom poglavlju*, koje obuhvata prikaz jedne probablističke metode (*LOLP*).

Ideja da izgradnja izvora treba da sledi trend potrošnje i da prednjači za iznos rezerve zbog sigurnosti, i kako se to ostvaruje, prikazana je u *trećem poglavlju*. Simulacija rada sistema u vremenu data je na jednostavnom modelu koji obuhvata samo izvore i potrošnju. Simulacija proizvodnje elektrana je deo opše problematike ovog poglavlja.

Koncept razvoja mreže, koncept sigurnosti mreže elektroenergetskog sistema, kao i elementi problematike gubitaka, prikazani su u *petom poglavlju* ove knjige. *Dodatak* donosi mali prikaz onoga što je autor objavio sa studentima, sa kojima je saradivao na izradi njihovih diplomskih radova, semestralnog rada u okviru magistarskog kursa, kao i u jednom doktoratu. *Indeks pojmova i sadržaj* treba da posluže tome da se pojmovni sadržaj ovog kratkog kursa iz planiranja elektroenergetskih sistema što bolje usvoje.

U poslednje vreme snažno se razvija nova paradigma, tzv. *deregulisani elektroenergetski sistem*. Ovim se bavi predmet 'Tržište električne energije i deregulacija' koji autor predaje kao izborni predmet u poslednjem semestru osnovnih studija na Energetskom odseku, smer Elektroenergetski sistemi. Prezentacija kursa nalazi se na sajtu katedre za Elektroenergetske sisteme Elektrotehničkog fakulteta, <http://ees.etf.bg.ac.rs/predmet.php?id=17>. U skladu sa principima deregulacije, donet je Zakon o energetici po kojem elektroprivrednu delatnost u Srbiji obavljaju EPS (Elektroprivreda Srbije) koja se bavi proizvodnjom i trgovinom energije i EMS (Elektromreža Srbije) koja se bavi prenosom energije i tržištem. Ovim zakonom omogućen je *princip otvorenog pristupa* prenosnoj mreži svim potencijalnim partnerima u trgovini električnom energijom na veliko. Javljaju se i 'drugi igrači' u mreži sistema (na primer *nezavisno generisanje*), kojima je omogućeno da koriste mrežu EMS-a. Ugovorom o Energetskoj zajednici (Atina, oktobar 2005.), vlada Srbije se obavezuje da do 2015. potpuno otvori svoje tržište električne energije i gasa. Međusobno povezani elektroenergetski sistemi rade paralelno, bez obzira na svoju unutrašnju organizaciju, u kojoj 'nivo deregulacije' može da varira, od toga da postoji staro, centralizovano, vertikalno organizovano preduzeće, do potpuno deregulisanog sistema. Pred nama je vreme u kojem naučna misao treba da da konačnu 'specifičnu razliku' planiranja, eksploatacije i regulacije u elektroenergetskim sistemima različitog 'nivoa deregulacije'.

U Beogradu, oktobra 2000.

Dr Ivan Škokljev,  
Redovni profesor  
Elektrotehničkog fakulteta

Za *www* popravljeno izdanje, novembra 2013. Univerziteta u Beogradu



## I Inženjerska ekonomija

**Problem 1.1** Definirati *kapital, interes, interesnu stopu, vreme upotrebe kapitala, prosti* i *složeni interes*. Šta je *anticipativno* a šta *dekurzivno računanje interesa*?

**Rešenje:**

*Kapital ili glavnica* je pozajmljena suma na koju dužnik plaća poveriocu interes ili kamatu, dakle interes se računa na pozajmljenu sumu. *Interes ili kamata* je naknada koju dužnik plaća poveriocu za korišćenje pozajmljenog novca na određeno vreme. *Interesna stopa* pokazuje koliko se novčanih jedinica plaća na svakih sto jedinica kapitala za godinu dana. *Vreme upotrebe kapitala* može da bude dato u godinama, mesecima ili danima [7]. Isti novac ima svoju različitu vrednost u vremenu. Pod tim se podrazumeva da vrednost date sume novca zavisi od toga *kada je novac dobijen* [8]. *Prosti interes* se obračunava na dati kapital uz godišnju interesnu stopu, ali se ne dodaje na kraju godine kapitalu da bi se u idućoj godini računao interes na tako uvećani kapital, već se interes računa na uvek istu sumu, bez obzira na to koliko dugo je novac pod interesom. Prosti interes se obračunava uvek na jednu istu veličinu kapitala u toku celokupnog vremena upotrebe kapitala. *Složeni interes* podrazumeva da se kamate ne podižu, već se dodaju postojećem kapitalu, pa se u sledećem obračunskom periodu kamata obračunava na početnu vrednost kapitala uvećanu za kamatu iz prvog perioda. *Obračun složenog interesa* i dodavanje kapitalu može da bude godišnje, polugodišnje, tromesečno i mesečno. Kod *prostog kamatnog računa* kapital raste linearno, kod složenog eksponencijalno. Postoji *anticipativno* i *dekurzivno* računanje složenog interesa. Kod *anticipativnog* računanja interesa, ovaj se računa kao procenat od vrednosti kapitala na početku sledećeg obračunskog perioda. Sadašnja glavnica i "anticipirani" interes na buduću sumu, daju tu buduću sumu. Kod *dekurzivnog* računanja interesa, sadašnja glavnica i interes na nju daju buduću sumu. Anticipativno računanje interesa se primenjuje u visokoj inflaciji. U ovoj knjizi biće primenjen dekurzivni način računanja interesa.

**Problem 1.2** U jednoj tabeli prikazati *formule za proračun složenih interesnih faktora* kao i vezu između njih. Oznake: P (NJ) - sadašnja vrednost novca (u novčanim jedinicama); F (NJ)- buduća vrednost novca; R

(NJ), A (NJ)- godišnja rata (anuitet); i (%)- godišnja stopa aktualizacije ili kamata; a (%)- godišnja stopa inflacije; n- broj godina; U (NJ)- uniformna rata izravnatog inflacionog niza.

**Rešenje:**

Tabela I.1 [9] sadrži pregled jednokratnih faktora i faktora uniformnog niza za proračun složenog interesa.

Tabela I.1 [9]

<i>Faktor</i>	<i>Oznaka/veza</i>	<i>Dato</i>	<i>Traži se</i>	<i>Formula</i>
Faktor akumulacije (Compound Interest Factor)	(CIF)	P	F	$(1 + i)^n$
Faktor diskontovanja (Present Value Factor)	$(PVF) = \frac{1}{(CIF)}$	F	P	$\frac{1}{(1 + i)^n}$
Faktor aktualizacije (Present Worth Factor)	(PWF)	R	P	$\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$
Faktor povraćaja kapitala (Capital Recovery Factor)	$(CRF) = \frac{1}{(PWF)}$	P	R	$\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$
Faktor buduće vrednosti (Compound Amount Factor)	$(CAF)=(CIF)(PWF)$	R	F	$\frac{(1 + i)^n - 1}{i}$
Faktor akumulacije uniformnog niza (Sinking Fund Factor)	(SFF)	F	R	$\frac{i}{(1 + i)^n - 1}$
Faktor izravnanja inflacionog niza (Levelizing Factor)	(LF)	A	U	$\frac{1 - \left(\frac{1 + a}{1 + i}\right)^n}{i - a}$ (CRF)

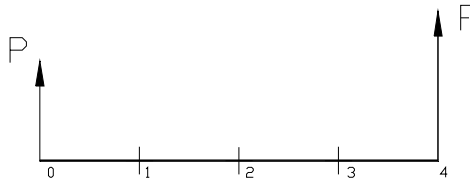
Formule za proračun složenih interesnih faktora biće izvedene u primerima koji slede.

**Problem 1.3** Suma od 1000 NJ (novčanih jedinica) oročena je u banci na četiri godine uz godišnju **bankarsku kamatu** od 15%. Koliku sumu treba

očekivati na kraju tog perioda? Šta je **štednja**? Šta je **prinos** ili povraćaj kapitala? Šta je **dijagram novčanog toka**?

**Rešenje:**

*Bankarska kamata* je garantovana *nadoknada* vlasniku novca na štednom ulogu za to što je *odložio njegovo korišćenje*. Za to vreme, sa novcem vlasnika radi *banka*. *Štednja* tako postaje najjednostavniji *posao* u kojem vlasnik novca postaje *zajmodavac*, banka *zajmoprimalac* a štednja *investicija* ili *kapital*. Podrazumeva se da pozajmljivanje novca za neki posao uključuje i njegovo *vraćanje*. Banke imaju temelj u *poverenju štediša*. Sa aspekta vlasnika novca, *povraćaj kapitala* nije samo vraćanje *glavnice*, već i *interesa*, pa i interesa na interes. Ovim problemom bavi se *složeni interesni račun*. Još bolji srpski ekonomski naziv za *povraćaj kapitala (capital recovery)* je *prinos*. Ovaj naziv asocira na to šta se očekuje od setve: sigurno, ne samo to da se vrati količina semena koja je utrošena za setvu! Ili, kažimo isto to na sledeći način. "Nešto se daje, u nešto se ulaže, očekujući da se to na najbolji način vrati. U najjednostavnijoj ali zdravoj ekonomiji niko ne ulaže, recimo, 100 novčanih jedinica ako ne očekuje da mu se vrati bar 101, da (do)prinos bude bar 1. Svakako da ovo što je rečeno predstavlja veliko uprošćavanje ekonomije, ali ukazuje na nešto što je za ekonomiju bitno" [10].



Slika I.1

Na slici I.1 prikazan je *dijagram novčanog toka (cash flow diagram)*. Ako se novac ne podiže iz banke u periodu od četiri godine ( $n=4$ ), tada će sadašnja vrednost ( $P$ =*present=sadašnja*) ukamaćivanjem dati buduću vrednost ( $F$ =*future=buduća*) primenom jednokratnog *faktora akumulacije*. Jedan entitet, zamenjuje i dokida drugi: to je, na izvestan način, jedan te isti novac! U vezi sa ovim, postoji i izraz *realni novac*, to je novac kojim se *sada* može nešto kupiti.

$$F = P(1 + i)^n$$

ili u anotaciji [9]

$$F = P(\text{CIF})$$

ili u anotaciji [8]

$$F = P(F|P, i, n)$$

Čita se: traži se F, kada je dato P, i%, n. U ovoj jednačini, bilo koja promenljiva od četiri, može biti nepoznata. Ponekad se traži samo numerička vrednost određenog *faktora* (za koje se obično daju tablice)

$$F = 1000(F|P, 15,4)$$

$$F = 1000(1 + 0,15)^4$$

$$F = 1000(1,749) = 1749 \text{ NJ}$$

*Faktor akumulacije* (CIF) iznosi

$$(\text{CIF}) = (F|P, 15,4) = 1,749$$

Da bi se stekao osećaj za to šta se dešava sa novcem u banci, korisno je sačiniti i ovakvu tabelu:

Tabela I.2

<i>godina</i>	<i>NJ na početku</i>	<i>NJ na kraju</i>	<i>kamata</i>
1	1000	1150	150
2	1150	1322.5	172.5
3	1322.5	1520.875	198.375
4	1520.875	1749.006	228.1313

Napomenimo da su engleske skraćenice uvedene da bi čitalac mogao lakše da se prilagodi vodećoj literaturi, na primer [8]. Drugi razlog je što kod domaćih autora još ne postoji standard. Treći razlog je postojanje homonima u srpskom, pa nije jasno na šta se misli. Na primer, (PVF) i (PWF), oba se doslovno prevode kao “faktor sadašnje vrednosti”.

**Problem 1.4** Šta znači *trošak propuštene prilike*? Šta je *minimalna, atraktivna stopa prinosa (MARR)*?

**Rešenje:**

Stavljanje novca u *banku* je istovremeno i “poslovni poduhvat” za vlasnika tih para, koji bi inače novac mogao da investira i u neki drugi posao. To je već stvar vlasnikove sopstvene procene odnosa koji čine *dobitak i rizik* u vezi sa tim poslom. Znači, vlasnik kapitala *koristi priliku* da taj kapital uveća, stavljajući ga, na primer, u banku. *Uzdržavanje* od te prilike i čuvanje novca kod kuće, direktan je godišnji gubitak u visini kamate na kapital i nosi naziv *trošak (propuštene) prilike*. U prošlom, hipotetičkom primeru, vlasnik novca je mogao da: a) čuva novac kod kuće (rizik = 0, kamata = 0) ili b) stavi novac u banku (rizik = 0, kamata > 0). Vlasnik se, želeći da ipak ostvari prihod, odlučuje za plan b. Uvedimo i plan c) investiranje u posao sa većom kamatom od kamate banke (rizik > 0, kamata > 0). Vlasnik sada bira između plana b i c. Ako se odluči za plan koji nosi *manji realni rizik ali i manju kamatu*, (b), samim tim je kamatnu stopu tog posla proglasio za *minimalnu, atraktivnu stopu prinosa* (ili *minimalnu, atraktivnu stopu povraćaja kapitala*), (*MARR = Minimal Attractive Rate of Return*). Razlika dveju kamata (iz c i b) predstavlja tada *trošak propuštene prilike*. Pitanje je, međutim, da li je posao za koji se vlasnik novca nije odlučio, stvarno propuštena prilika ili bi se možda realizovao realno veći rizik koji je “ispušteni” posao nosio, pa bi vlasniku propala ne samo kamata, nego i glavница? Opominjući primer je i skorašnja propast banaka, gde se pokazalo da ni stavljanje novca u banku nije siguran posao. Obično se, naime, uzima da je *MARR=bankarska kamata*. Sličnih primera propasti ima od kada su nastale banke, a najpoznatiji je slučaj bankarskog kraha u SAD, tridesetih godina dvadesetog veka. Treba napomenuti da kamata nije nadoknada za inflaciju. Kada se govori o prenošenju neke sadašnje sume u budućnost, ona se *po pravilu uvek vidi kao uvećana, ili ukamaćena* (ovaj izraz podrazumeva kamaćenje ukamaćene glavnice), kao u prethodnom zadatku. Čuvanje novca u kućnom sefu (“u slamarici”) najgora je varijanta “štednje”. Galbraith u knjizi “Novac” [11] navodi slučaj policijskog isleđenja za jednom sumom novca koja je napokon pronađena nedirnuta u jednom kućnom sefu. Mada je novac vraćen vlasniku, vlasnik sefa je ipak optužen za proneveru onog novca koji bi bio dobijen na ime kamata, da je novac, kao što je normalno, bio u banci! Znači, pretpostavlja se da je novac u banci uvek na sigurnom...

Poznato je da hidroelektrane najbolje obavljaju *primarnu regulaciju* zbog toga što kombinuju brzi odziv i veliku izlaznu snagu. Po UCPT

preporukama, svaki učesnik u interkonekciji je dužan da obezbedi *regulacionu rezervu* od 2,5% za primarnu regulaciju. Zamislimo takav slučaj, da je dotok u hidroelektranu kojoj je namenjena funkcija primarne regulacije takav, da ona u dužem periodu može da radi sa maksimalnom snagom. Zbog potrebe održavanja regulacione rezerve tada nastaje *prelivi*, koji znači direktan *gubitak profita*. Kada ova regulaciona hidroelektrana troši vodu u časovima niže tarife ona podnosi *trošak propuštene prilike*, koji je razlika u ceni između više i niže tarife za utrošenu količinu vode. Drugim rečima, veći profit bi bio ostvaren kada bi ova hidroelektrana tu vodu sačuvala i utrošila je u periodu sa višom tarifom, umesto što je bila prinuđena da je utroši onda kada je to bilo nužno, u periodu niže tarife [12]. Ovo je veoma važan aspekt *formiranja cene proizvodnje elektrana* s obzirom na njihovu novu ulogu u *deregulisanom tržištu električne snage i energije*. Elektroenergetski sistem u okruženju deregulisanog tržišta snage i energije karakteriše *rasprezanje (unbundling)* na segmente, participijente tržišta električne snage, energije i ostalih usluga (generatori, prenos, distribucija, dispečeri), sa ciljem da se omogući tržišna konkurencija celokupnog generisanja [13]. Direktiva Evropske unije o unutrašnjem tržištu električne energije (EKC Beograd, 1997), zahteva od elektroprivreda svih članica Evropske unije da do 1999 godine (!) prilagode svoje poslovanje tako da budu ostvarena dva cilja: liberalizovano tržište i demonopolizacija elektroprivrede [14]. U okruženju deregulisanog tržišta električne snage i energije i usluge prenosne mreže su raspregnutе i posebno naplative [15,16]. Nova paradigma o deregulisanom tržišnom poslovanju elektroprivrede sigurno će uneti i promene u dugoročnom planiranju koje se decenijama razvija na centralizovanom konceptu.

**Problem 1.5** Koliku sumu treba staviti u banku danas, da bi se za četiri godine, pod interesom od 15 %, dobilo 1749 NJ? Šta je *diskontovanje*?

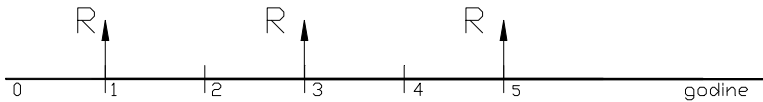
**Rešenje:**

Ovo je inverzno postavljen prethodni problem, sa ciljem da uvedemo *faktor diskontovanja*. Diskontovanje je svodenje iz budućnosti. Neka anticipirana, buduća vrednost, svodi se na sadašnju vrednost i "raskamaćuje".

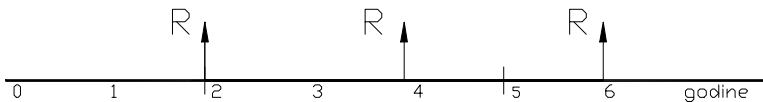
$$P = \frac{F}{(1 + i)^n} = F(PVF) = F(P|F 15,4)$$

$$P = \frac{1749}{1,15^4} = 1749(0,572) = 1000 \text{ NJ}$$

**Problem 1.6** Na slikama I.2 i I.3 prikazana su dva dijagrama novčanih tokova za dva “projekta”. Oba predstavljaju isplatu ličnog dohotka. Izračunati sadašnju vrednost obe isplate, ako je  $i=10\%$ ,  $R=1000$  NJ. Koliko iznosi **sadašnja vrednost troška propuštene prilike?**



Slika I.2



Slika I.3

**Rešenje:**

Za “projekat” sa slike I.2, sadašnja vrednost svih primanja iznosi

$$P = \frac{R}{(1+i)} + \frac{R}{(1+i)^3} + \frac{R}{(1+i)^5}$$

$$P = 1000\left(\frac{1}{1,1} + \frac{1}{1,1^3} + \frac{1}{1,1^5}\right)$$

$$P = 2281,33 \text{ NJ}$$

Za “projekat” sa slike I.3, sadašnja vrednost svih primanja iznosi

$$P = \frac{R}{(1+i)^2} + \frac{R}{(1+i)^4} + \frac{R}{(1+i)^6}$$

$$P = 1000\left(\frac{1}{1,1^2} + \frac{1}{1,1^4} + \frac{1}{1,1^6}\right)$$

$$P = 2073,93 \text{ NJ}$$

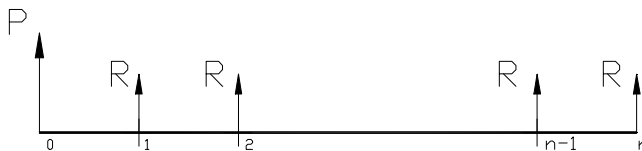
Trošak propuštene prilike ako se pristane na šemu primanja novca sa slike I.3 (jedna godina odgađanja), danas iznosi

$$\Delta P = 207,4 \text{ NJ}$$

**Problem 1.7** Izvesti izraz za **faktor aktualizacije uniformnog niza** godišnjih otplate (PWF), koji se proteže na n godina [9]. Napisati izraz za **faktor povraćaja kapitala** (CRF).

**Rešenje:**

Obično se uzima da su rate (otplate) jednake i pripisane kraju godine (obračunski, *fiskalni* kraj godine, *fiscus=blagajna*). Svođenje se, međutim, vrši na početak prve godine (na "nulu"). Treba smatrati da P zamenjuje (dokida) čitav niz od n godišnjih rata, kao na slici I.4.



Slika I.4

$$P = \frac{R}{1+i} + \frac{R}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R}{(1+i)^n}$$

Množenjem gornje jednačine sa (1+i), dobija se



$$P(1+i) = R + \frac{R}{1+i} + \frac{R}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R}{(1+i)^{n-1}}$$

Pošto se prva oduzme od druge jednačine, dobija se

$$Pi = R - \frac{R}{(1+i)^n}$$

$$P = R \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = R(\text{PWF}) = R(P|R, i, n) \quad \text{ili}$$

$$(P|R, i, n) = (\text{PWF}) = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

Uniformna rata R na koju se raspodeljuje suma P sa kamatnom stopom i, u n jednakih iznosa, izračunava se prema

$$R = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = P(\text{CRF}) = P(R|P, i, n)$$

i daje izraz za *faktor povraćaja kapitala* (CRF)

$$(\text{CRF}) = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

**Problem 1.8** Izračunati godišnju ratu za otplatu kuće vredne 200000 NJ ako je n=30 godina, i=10 %. Primeniti **faktor povraćaja kapitala**.

**Rešenje:**

*Faktor povraćaja kapitala* (CRF) koristi se, na primer, kada treba izračunati godišnju ratu otplate za neku veliku investiciju.

$$R = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 200000 \frac{0,1(1,1)^{30}}{1,1^{30} - 1} = 200000(0,10608) = 21216 \text{ NJ}$$

**Problem 1.9** Izvesti izraz za **faktor buduće vrednosti uniformnog niza** (CAF). Suma od 200 NJ stavlja se krajem svake godine u banku, pod interes od 6 %, tokom 10 godina. Koliko novca se nalazi u banci na dan poslednje uplate?

**Rešenje:**

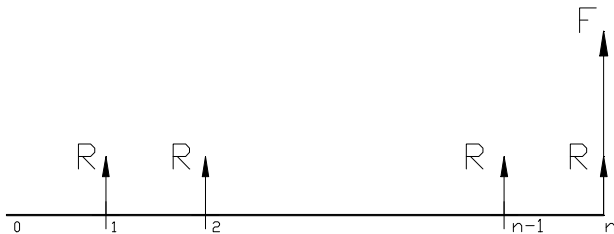
Često nas interesuje buduća vrednost uniformnog niza otplata. Zamislimo da smo niz jednakih rata R zamenili jednom, sadašnjom vrednošću P. Za ovo, treba nam (PWF). “Prebacimo” vrednost P u budućnost, množeći je sa (CIF)

$$P = R(\text{PWF})$$

$$F = P(\text{CIF}) = R(\text{PWF})(\text{CIF})$$

$$F = R \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} (1+i)^n = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} = R(\text{CAF})$$

Faktorom buduće vrednosti uniformnog niza (CAF) određujemo koliko novca će biti uštedeno, ako redovno stavljam u banku jednake iznose u jednakim intervalima. Na kraju “posmatranog” razdoblja, može da se podigne ceo iznos (zadnja uplata i isplata se vremenski poklapaju, odnosno, niz i isplata “pomereni su udesno”, slika 1.5).



Slika 1.5

$$F = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 200 \frac{(1,06)^{10} - 1}{0,06} = 200 (13,18079) = 2636,16 \text{ NJ}$$

**Problem 1.10 Faktor akumulacije uniformnog niza** (SFF) određuje vrednost jednake godišnje rate R iz date buduće vrednosti F. Izvesti izraz za faktor akumulacije uniformnog niza (*SFF=Sinking Fund Factor*). Koliko novca treba krajem svake godine stavljati u banku (jednaka rata), da bi se posle dvadeset godina i sa isplatom poslednje rate koja se ne ukamaćuje, uz interes  $i=7\%$ , otplatio prispeli dug od 2000 NJ?

**Rešenje:**

Engleski naziv asocira o čemu se kod ovog faktora radi. Faktor se koristi da bi se odredila veličina depozita koju vlasnik računa treba da stavi u fond svake godine da bi se posle n godina akumulirala željena vrednost sume. *Sink (=tonuti)* u nazivu asocira "nestajanje" niza depozita u fondu u banci. Imamo buduću vrednost F. Svedimo je prvo na sadašnju vrednost, pomoću (PVF).

$$P = F(\text{PVF})$$

Zatim, raspodelimo P u uniformni red, "unapred"

$$R = P(\text{CRF})$$

odnosno

$$R = F(\text{PVF})(\text{CRF}) = F(\text{SFF})$$

$$R = F \frac{1}{(1+i)^n} \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = F \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

vidimo da je

$$(\text{SFF}) = \frac{1}{(\text{CAF})} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

ili u anotaciji [8],

$$R = F(R|F, i, n)$$

U datom numeričkom primeru,

$$R = 2000(0,02439) = 48,78 \text{ NJ}$$

**Problem 1.11** Naći *analitičku vezu između faktora povraćaja kapitala* (CRF) i *faktora akumulacije uniformnog niza* (SFF). Naći čemu iznosi *granična vrednost faktora sadašnje vrednosti uniformnog niza* (PWF) kada broj godina teži beskonačnom.

**Rešenje:**

$$(\text{CRF}) = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{i(1+i)^n + i - i}{(1+i)^n - 1} = \frac{i \left[ (1+i)^n - 1 \right] + i}{(1+i)^n - 1}$$

$$(\text{CRF}) = i + (\text{SFF})$$

Ova jednačina pokazuje da se faktor povraćaja kapitala sastoji iz dva dela: prvi deo je interes na pozajmljenu glavnicu,  $i$ . Drugi deo je vraćanje same glavnice, (SFF).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\text{PWF}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} = \frac{1}{i}$$

Ovo se naziva i "upročšćena formula za aktualizaciju" [17].

**Problem 1.12 Periodično podizanje iznosa iz banke.** Korisnik računa u banci koji poseduje 104000 NJ na početku štednje, odlučio je da podiže utvrđeni iznos krajem svake druge godine, od ove godine. Na kraju godine, kamata se dodaje sredstvima na početku godine. Odrediti numeričke vrednosti svih polja u tabeli I.3 za 10 godina.

Tabela I.3

<i>godina</i>	<i>kamata</i>	<i>na pocetku</i>	<i>kamata</i>	<i>na kraju</i>	<i>podignuto</i>
	(%)	(NJ)	(NJ)	(NJ)	(NJ)
1	2.5	104000			4000

**Rešenje:**

Tabela I.4

<i>godina</i>	<i>kamata</i>	<i>na pocetku</i>	<i>kamata</i>	<i>na kraju</i>	<i>podignuto</i>	<i>prenos</i>
	(%)	(NJ)	(NJ)	(NJ)	(NJ)	(NJ)
1	2,5	104000	2600	106600	4000	102600
2		102600	2565	105165		105165
3		105165	2629,125	107794,1	4000	103794,1
4		103794,1	2594,853	106389		106389
5		106389	2659,724	109048,7	4000	105048,7
6		105048,7	2626,218	107674,9		107674,9
7		107674,9	2691,873	110366,8	4000	106366,8
8		106366,8	2659,17	109026		109026
9		109026	2725,649	111751,6	4000	107751,6
10		107751,6	2693,79	110445,4		110445,4

**Problem I.13** U mnogim problemima planiranja postoji niz otplata koji raste u proporciji sa indeksom inflacije. To je takozvani **uniformni niz sa godišnjom inflacijom** [9]. Ako se umesto rate R jednake u svim godinama pretpostavi inflacioni niz oblika

$$A \left[ 1, (1 + a), (1 + a)^2, \dots, (1 + a)^{n-1} \right]$$

gde je A konstantna rata u NJ, n je broj godina, dok je a % stopa inflacije, izvesti izraz za sadašnju vrednost P ovog inflacionog niza. Faktorom povraćaja kapitala (CRF) raspodeliti P u niz jednakih godišnjih otplata i naći U, **izravnati godišnji ekvivalent inflacionog niza**. Stopa aktualizacije je i [9].

**Rešenje:**

Ovaj proračun anticipira eksponencijalni porast novčane mase usled inflacije. *Inflatio=naduvavanje* je izraz za kvarenje novca. Inkrementalna količina novca (nova novčana masa) koja se emituje u jednoj zemlji balansirana je količinom novih roba i usluga na tržištu zemlje. Jedina organizacija koja sme da emituje novac je centralna banka te zemlje. Inflacija nastupa kada se naruši pomenuti balans i štampa više novca. To onda kviri "realnu supstancu" novca. Suprotno od inflacije je deflacija.

Sadašnja vrednost P inflacionog niza, uz interesnu stopu i, izračunava se kao

$$P = A \left[ \frac{1}{1+i} + \frac{1+a}{(1+i)^2} + \frac{(1+a)^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{(1+a)^{n-1}}{(1+i)^n} \right]$$

Množenjem jednačine sa (1+i) dobija se

$$P(1+i) = A \left[ 1 + \frac{1+a}{1+i} + \left( \frac{1+a}{1+i} \right)^2 + \dots + \left( \frac{1+a}{1+i} \right)^{n-1} \right]$$

Množenje početne jednačine sa (1+a) daje

$$P(1+a) = A \left[ \frac{1+a}{1+i} + \left( \frac{1+a}{1+i} \right)^2 + \dots + \left( \frac{1+a}{1+i} \right)^n \right]$$

Razlika dve poslednje jednačine daje izraz

$$P(i-a) = A \left[ 1 - \left( \frac{1+a}{1+i} \right)^n \right]$$

$$P = A \frac{1 - \left( \frac{1+a}{1+i} \right)^n}{i-a}$$

Uniformni izravnati godišnji ekvivalent  $U$  inflacionog niza, izračunava se kao proizvod ekvivalentne sadašnje vrednosti  $P$  i faktora povraćaja kapitala (CRF).

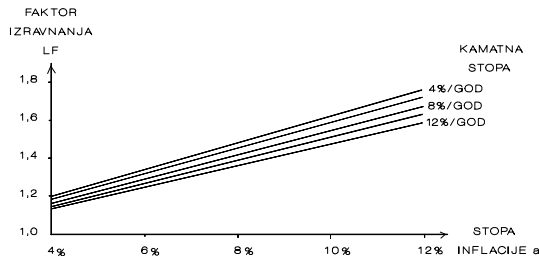
$$U = P \cdot (\text{CRF}) = A \frac{1 - \left(\frac{1+a}{1+i}\right)^n}{i-a} \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Uniformni izravnati godišnji ekvivalent služi za "očišćenje od inflacije". *Faktor izravnanja inflacionog niza* (LF), Tabela I.1, se definiše kao:

$$(\text{LF}) = \frac{U}{A} = \frac{1 - \left(\frac{1+a}{1+i}\right)^n}{i-a} \cdot (\text{CRF}) = \frac{(1+i)^n - (1+a)^n}{(1+i)^n - 1} \frac{i}{i-a}$$

Faktor izravnanja inflacionog niza (LF) omogućava da se efekat uniformne inflacije u nizu od  $n$  godina izrazi samo preko jednog broja, LF.

Na slici I.6 prikazan je dijagram faktora izravnanja LF u zavisnosti od stope inflacije za desetogodišnji period [9].



Slika I.6 [9]

Neka su na primer, stopa inflacije  $a=6\%$ , kamatna stopa  $i=12\%$ . Sa dijagrama se očitava  $(\text{LF})=1,25$ . Znači, inflacioni niz koji počinje sa 1NJ, sa kamatnom stopom 12% i inflacionom stopom 6%, može da se zameni u periodu od 10 godina uniformnim nizom, čija je izravnata vrednost 1,25 NJ. Ovakav izravnati uniformni niz sa  $U=1,25$  NJ je jednostavniji, jer omogućava bolju vizualizaciju i primenu faktora uniformnog niza. Inače bi svaku godinu trebalo tretirati pojedinačno [9].

**Problem 1.14** Rukovodstvo jedne kompanije analizira **povraćaj zajma** od 1000 NJ na 10 godina, po dva scenarija. a) **Nema inflacije**, kamatna stopa  $i=10\%$ . b) **Postoji inflacija** sa  $a=7\%$  godišnje. Naći godišnju ratu R otplate zajma u slučaju a). Naći izravnatu godišnju ratu otplate zajma u slučaju b). Naći faktor izravnjanja (LF).

**Rešenje:**

a)

$$R = P(\text{CRF}) = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$R = 1000 \frac{0,1(1,1)^{10}}{1,1^{10} - 1} = 1000(0,1627454) = 162,745 \text{ NJ}$$

b)

$$A = R$$

$$U = P \cdot (\text{CRF}) = R \frac{1 - \left(\frac{1+a}{1+i}\right)^n}{i-a} \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = R(\text{LF})$$

$$(\text{CRF}) = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 0,1627454$$

$$\frac{1 - \left(\frac{1+a}{1+i}\right)^n}{i-a} = \frac{0,241578}{0,03} = 8,0526$$

Faktor izravnjanja iznosi

$$(\text{LF}) = 8,0526 \cdot 0,1627454 = 1,3105236$$

Izravната godišnja rata inflacionog niza iznosi



$$U = R(LF) = 1627,45 \cdot 1,3105236 = 213,281 \text{ NJ}$$

**Problem 1.15** Izračunati *kvartalnu kamatu* i *kvartalnu ratu otplate zajma*, za slučaj a prethodnog zadatka.

**Rešenje:**

$$(1 + i) = (1 + i_Q)^4$$

$$(1 + i) = (1 + i_Q)^4$$

$$i_Q = (1 + i)^{0,25} - 1 = 1,1^{0,25} - 1 = 0,0241137$$

$$i_Q = 2,4114 \%$$

Kvartalna rata se izračunava tako što se primeni kvartalni faktor za povraćaj kapitala

$$R_Q = P(\text{CRF})_Q = P \frac{i_Q(1 + i_Q)^{4n}}{(1 + i_Q)^{4n} - 1}$$

$$R_Q = 1000 \frac{0,024114(1,024114)^{40}}{(1,024114)^{40} - 1} = 1000 \cdot 0,039244 = 39,244 \text{ NJ}$$

**Problem 1.16 Faktor akumulacije uniformnog niza.** Stavljanjem na štednju krajem svake godine istog iznosa (350 NJ), pod kamatu od 10% godišnje, štediša želi da uštedi 20000 NJ. Koliko godina treba da štedi?

**Rešenje:**

$$(\text{SFF}) = \frac{R}{F} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$n = \frac{\log \left[ \frac{i}{(\text{SFF})} + 1 \right]}{\log(1+i)}$$

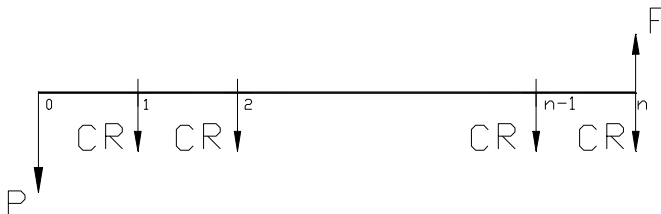
$$(\text{SFF}) = \frac{350}{20000} = 0,0175$$

$$n = \frac{0,8269998}{0,0413927} = 20 \text{ godina}$$

**Problem 1.17** Uređaj je kupljen za 164000 NJ, bio u upotrebi 7 godina i potom prodat za 10000 NJ, što je njegova **ostatna vrednost**. Ako je interesna stopa 15%, koliki je godišnji **trošak povraćaja kapitala**?

**Rešenje:**

U takozvanoj *inženjerskoj ekonomiji* veoma često se računa *trošak povraćaja kapitala* (*CR=capital recovery cost*, [8]). Trošak povraćaja kapitala je rata CR uniformnog niza koja se dobija iz dijagrama novčanog toka, slika 1.7.



Slika 1.7

CR se dobija kao godišnja rata iz razlike raspodele “P-unapred, F-unazad”. P je investicija, *trošak* i smešten u negativnu poluravan. Procenjeni *prihod* koji bi trebalo da se realizuje prodajom uređaja je *ostatna vrednost* i u jednačini figuriše sa pozitivnim predznakom. Novac je uvek *ukamaćen* i sa novcem u različitim godinama može da se operiše jedino pošto se on

aktualizuje. Time se uvažava osnovno načelo inženjerske ekonomije da vrednost novca zavisi od vremena (*time value of money = vrednost novca zavisi od vremena*).

$$(CR) = P(CRF) - F(SFF) = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} - F \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$(CR) = P(CRF) - F(SFF) = 164000(0,2404) - 10000(0,0904)$$

$$(CR) = 38521,6 \text{ NJ}$$

**Problem 1.18 Trošak povraćaja kapitala.** Pred kupcem je životna odluka: a) da kupi auto (cena 13000 NJ, ostatna vrednost 3000 NJ posle 10 godina, troškovi eksploatacije 500 NJ), ili b) da 13000 NJ stavi u banku i deset godina se vozi taksijem, dok ne potroši sve pare. Tada svake godine iz banke uzima jednaki iznos novca. Ako je kamatna stopa 10 %, uporediti anuitete plana a i plana b.

**Rešenje:**

a)

Prema prvom planu, *anuitet* je jednak trošku za povraćaj kapitala (CR)

$$(CR) = P(CRF) - F(SFF) = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} - F \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$(CR) = (P - F) \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} + Fi$$

$$(CR) = (13000 - 3000) \frac{0,1(1,1)^{10}}{(1,1)^{10} - 1} + 3000 \cdot 0,1$$

$$(CR) = 1927,45 \text{ NJ}$$

$$G = (CR) + E = 1927,45 + 500 = 2427,45 \text{ NJ}$$

b)

Prema ovom planu, novac može da stavi u banku i da deset godina troši jednaki deo glavnice i interes. Krajem desete godine podiže poslednju, ratu *nominalno jednaku* svim ostalim ratama.

$$R = P(\text{CRF}) = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$R = 13000 \frac{0,1(1,1)^{10}}{(1,1)^{10} - 1}$$

$$R = 2115,6 \text{ NJ}$$

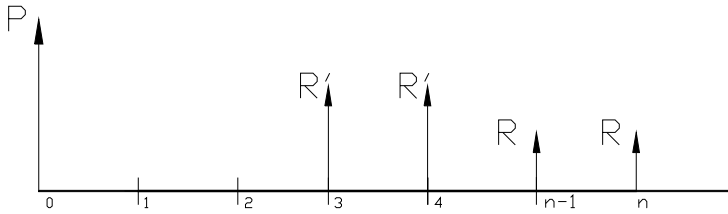
Kada  $n \rightarrow \infty$

$$(\text{CR}) = R = iP = 0,1 \cdot 13000 = 1300 \text{ NJ}$$

**Problem 1.19** Dinamika otplate jednog duga od 1200000 NJ uzetog na  $n=10$  godina, pod kamatom od  $i=11\%$  godišnje dogovarana je između zajmoprimca i zajmodavca. Predmet dogovora bio je broj godina ( $k$ ) u kojima se ništa neće otplaćivati i broj godina ( $m$ ) u kojima će se forsirano otplaćivati dug. U preostalim godinama ( $n-m-k$ ) dug se otplaćuje regularno. Predložene su šeme: a)  $k=3, m=3$ ; b)  $k=2, m=3$ ; c)  $k=4, m=3$ . Izračunati visinu **regularnog** i **odloženog anuiteta**. Prikazati ove tri šeme otplate ulazno-izlaznom tabelom. Tabela treba da sadrži dug na početku godine, dug na kraju godine, godišnju otplatu duga koja uključuje glavnice i kamatu i ostatak duga na kraju godine.

**Rešenje:**

Na slici 1.8 prikazana je šema sa prve dve godine neplaćanja, zatim sa dve godine plaćanja odloženih anuiteta ( $R'$ ). Regularni ( $R$ ) anuiteti se otplaćuju u godinama ( $n-m-k$ ).



Slika I.8

*Anuitet* je ovde iznos novčane rate *otplate kredita*. Prema zaključenom ugovoru, *zajmoprimalac* periodično vraća zajam *zajmodavcu* u ratama. Anuitetom se svaki put vraća jedan deo glavnice i interes na pozajmljenu glavnice. Anuitet može da bude regularni i odloženi, prema ugovoru. *Regularni anuitet* može da se izračuna “unapred” *faktorom za povraćaj kapitala* (CRF) na sve (n) godine *horizonta planiranja*. *Odloženi anuitet* podrazumeva forsiranu otplatu u jednom broju (m) intervala otplate, posle apstiniranja od otplate u (k) godina. Izračunava se tako što se kombinuje primena (PWF), (CIF) i (CRF) faktora.

a)

$$k = 3$$

$$m = 3$$

$$R = P(\text{CRF}) = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$R = 1200000 \frac{0,11(1,11)^{10}}{(1,11)^{10} - 1}$$

$$R = 203761,7 \text{ NJ}$$

$$R' = R \frac{(1+i)^{k+m} - 1}{i(1+i)^{k+m}} (1+i)^k \frac{i(1+i)^m}{(1+i)^m - 1}$$

$$R' = R \frac{(1+i)^{k+m} - 1}{(1+i)^m - 1}$$

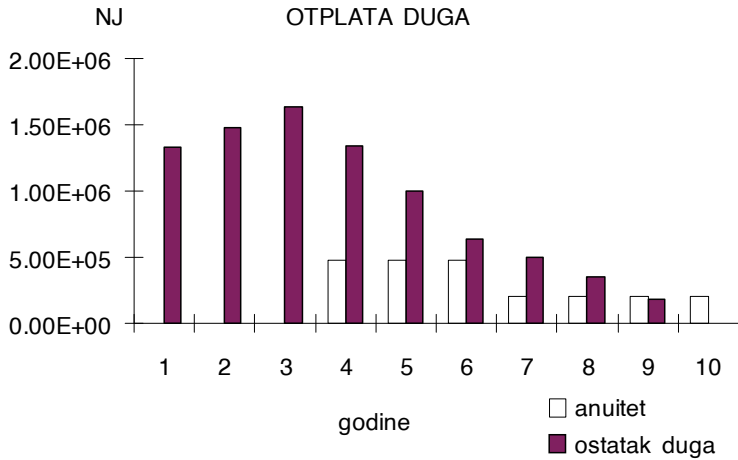
$$R' = 203761,7 \frac{(1,11)^6 - 1}{(1,11)^3 - 1} = 203761,7 (2,36763)$$

$$R' = 482432,52 \text{ NJ}$$

Novi računarski alati (Matlab, Excel, Mathematica) poseduju velike mogućnosti za grafičku prezentaciju rezultata. Novi pojam je “vizualizacija”. Vizualizacija (ovde u Excel-u, [18]) uvek pomaže boljem shvatanju problema. U kombinaciji sa tabelom I.5, slika I.9 omogućava da percipiramo dinamiku otplate. Prikazane su pretposlednja i poslednja kolona tabele I.5 u zavisnosti od godine planiranja.

Tabela I.5

<i>godina</i>	<i>početni dug</i>	<i>kamata</i>	<i>krajnji dug</i>	<i>otplata duga</i>	<i>ostatak duga</i>
1	120000	132000	1332000	0	1332000
2	1332000	146520	1478520	0	1478520
3	1478520	162637,2	1641157	0	1641157
4	1641157	180527,3	1821684	482432,5	1339252
5	1339252	147317,7	1486570	482432,5	1004137
6	1004137	110455,1	1114592	482432,5	632159,6
7	632159,6	69537,56	701697,2	203761,7	497935,5
8	497935,5	54772,9	552708,4	203761,7	348946,7
9	348946,7	38384,14	387330,8	203761,7	183569,1
10	183569,1	20192,6	203761,7	203761,7	0



Slika I.9

b)

$$k = 2$$

$$m = 3$$

$$R' = R \frac{(1+i)^{k+m} - 1}{(1+i)^m - 1}$$

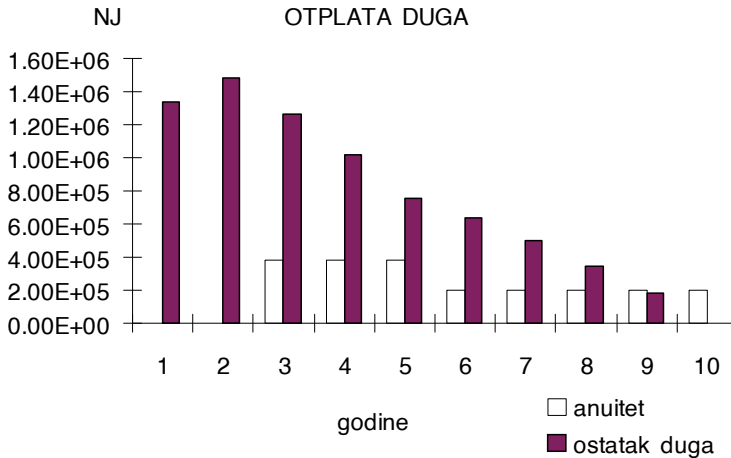
$$R' = 203761,7 \frac{(1,11)^5 - 1}{(1,11)^3 - 1} = 203761,7 (1,863430)$$

$$R' = 379697,62 \text{ NJ}$$

Tabela I.6

<i>godina</i>	<i>početni dug</i>	<i>kamata</i>	<i>krajnji dug</i>	<i>otplata duga</i>	<i>ostatak duga</i>
1	1200000	132000	1332000	0	1332000
2	1332000	146520	1478520	0	1478520
3	1478520	162637,2	1641157	379697,6	1261460
4	1261460	138760,6	1400220	379697,6	1020522
5	1020522	112257,5	1132780	379697,6	753082,3
6	753082,3	82839,05	835921,4	203761,7	632159,6
7	632159,6	69537,56	701697,2	203761,7	497935,5

8	497935,5	54772,9	552708,4	203761,7	348946,7
9	348946,7	38384,14	387330,8	203761,7	183569,1
10	183569,1	20192,6	203761,7	203761,7	0



Slika I.10

c)

$$k = 4$$

$$m = 2$$

Tabela I.7

<i>godina</i>	<i>početni dug</i>	<i>kamata</i>	<i>krajnji dug</i>	<i>otplata duga</i>	<i>ostatak duga</i>
1	1200000	132000	1332000	0	1332000
2	1332000	146520	1478520	0	1478520
3	1478520	162637,2	1641157	0	1641157
4	1641157	180527,3	1821684	0	1821684
5	1821684	200385,3	2022070	764141,1	1257929
6	1257929	138372,2	1396301	764141,1	632159,6
7	632159,6	69537,56	701697,2	203761,7	497935,5
8	497935,5	54772,9	552708,4	203761,7	348946,7
9	348946,7	38384,14	387330,8	203761,7	183569,1
10	183569,1	20192,6	203761,7	203761,7	0

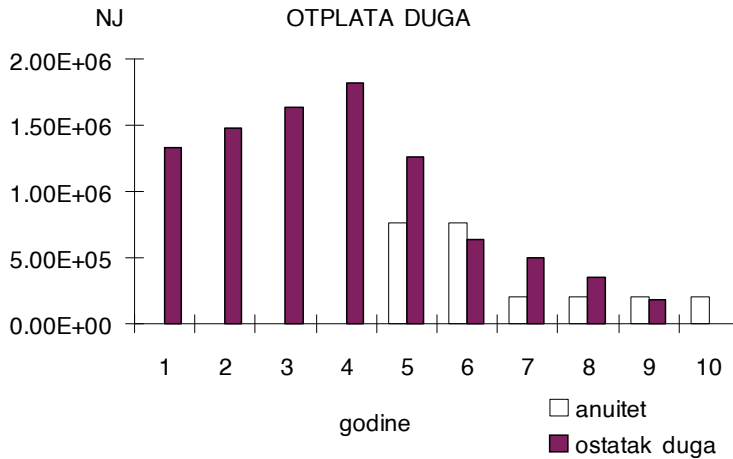
ovde je



$$R' = R \frac{(1+i)^{k+m} - 1}{(1+i)^m - 1}$$

$$R' = 203761,7 \frac{(1,11)^6 - 1}{(1,11)^2 - 1} = 203761,7 (3,750170)$$

$$R' = 764141,10 \text{ NJ}$$



Slika I.11

**Problem I.20** Kako bismo mogli da formulišemo **ekonomski kriterijum za prihvatanje angažovanja na projektu?** Šta je **jednačina aktualizovanih novčanih tokova?** Nabrojati **metode za određivanje ekonomske efektivnosti investicija.**

**Rešenje:**

Uopšteno, **ekonomski kriterijum za prihvatanje angažovanja na jednom projektu** počiva na ispitivanju prirode znaka **novčanog ekvivalenta** iz jednačine aktualizovanih novčanih tokova. **Jednačina aktualizovanih novčanih tokova**, koju već znamo, sumira sve prihode i rashode svedene iz različitih perioda vremena. Ona izražava ekonomski bilans svih ulaganja i primanja u vezi sa jednim projektom u okviru horizonta planiranja. Iz ove jednačine može da se dobije novčani ekvivalent bilansa, koji se zove različito, PW,

FW ili AW, u zavisnosti od toga da li su novčani tokovi aktualizovani na sadašnju ili buduću vrednost, ili se traži godišnja rata uniformnog niza. Jednačina aktualizovanih novčanih tokova, glasi

*prihodi - troškovi=0*

Podrazumeva se da se neko za posao ipak odlučuje samo onda kada planirani prihodi barem malo nadmaše planirane rashode, ili

*prihodi - troškovi $\geq$ 0*

Ova (ne)jednakost je istovremeno i iskaz *ekonomskog kriterijuma za prihvatanje angažovanja na jednom projektu.*

Literatura, na primer [8], navodi osam *metoda za određivanje ekonomske efektivnosti investicija.* To su

1. *Metoda sadašnje vrednosti*, (PW), (Present Worth)
2. *Metoda godišnje vrednosti*, (AW), (Annual Worth)
3. *Metoda buduće vrednosti*, (FW), (Future Worth)
4. *Metoda interne stope prinosa (povraćaja kapitala)*, (IRR), (Internal Rate of Return)
5. *Metoda eksterne stope prinosa*, (ERR), (external Rate of Return)
6. *Metoda odnosa uštede/investicije*, (SIR), (Savings/Investment Ratio)
7. *Metoda perioda otplate*, (PBP), (Payback Period)
8. *Metoda kapitalizovane vrednosti*, (CW), (Capitalized Worth)

Najviše se koriste (PW) i (AW) metoda. U nekoliko sledećih primera razmotrićemo neke od ovih metoda i dati njihove definicije.

**Problem 1.21** Uređaj je kupljen za 20000 NJ, bio u upotrebi 5 godina i zatim prodat za 4000 NJ. Godišnji troškovi održavanja uređaja iznose 5000 NJ. Godišnji prihodi iznose 6000 NJ. Ako je minimalna, atraktivna stopa prinosa (MARR) 12%, kolika je **sadašnja vrednost** (PW) ovoga **projekta**?

**Rešenje:**

(PW) metoda aktualizuje sve novčane tokove na sadašnju vrednost ("na nulu", na početak prve godine) zamenjujući  $i=MARR$  kod diskontovanja. U ovom primeru,

$$PW(12\%) = -20000 + (6000 - 5000)(P|A, 12, 5) + 4000(P|F, 12, 5)$$

$$PW(12\%) = -20000 + 1000 \frac{(1,12)^5 - 1}{0,12(1,12)^5} + \frac{4000}{(1,12)^5}$$

$$PW(12\%) = -20000 + 1000 \cdot 3,6048 + 4000 \cdot 0,5674$$

$$PW(12\%) = -14125,6 \text{ NJ}$$

Aktualizovani troškovi su veći od prihoda. Novčani ekvivalent (PW) ovog projekta je negativan, odnosno, ima prirodu troška. Po tome, posao ne bi trebalo preduzimati.

Sa izuzetkom (PBP) i (CW) metode, svih šest ostalih metoda za ocenu efikasnosti investicija su ekvivalentne. Primeniti bilo koju od šest metoda, znači dobiti istu preporuku. Zašto ne samo jedna, nego šest? Menadžeri, individualno, preferiraju ovu ili onu metodu, obično samo jednu od pomenutih šest metoda za ocenu efikasnosti investicija.

**Problem 1.22** Metodom godišnje vrednosti (AW), odrediti *godišnji ekvivalent vrednosti investicionog projekta* iz prethodnog primera.

**Rešenje:**

$$AW(12\%) = -20000(A|P 12,5) + (6000 - 5000) + 4000(A|F, 12,5)$$

$$AW(12\%) = -20000(CRF) + 1000 + 4000(SFF)$$

Primećujemo da je anotacija iz [8] informativnija od anotacije iz [9], pošto sadrži podatak o stopi aktualizacije, broju godina, poznatoj i traženoj veličini.

$$AW(12\%) = -20000 \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} + 1000 + 4000 \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$AW(12\%) = -20000 \frac{0,12(1,12)^5}{(1,12)^5 - 1} + 1000 + 4000 \frac{0,12}{(1,12)^5 - 1}$$

$$AW(12\%) = -20000(0,2774) + 1000 + 4000(0,1574)$$

$$AW(12\%) = -3918,4 \text{ NJ}$$

ili, raspodeljujući PW(12%) iz prethodnog zadatka, unapred

$$AW(12\%) = -14215,6 (A|P 12,5)$$

$$AW(12\%) = -14125,6 (CRF)$$

$$AW(12\%) = -14125,6 \frac{0,12(1,12)^5}{(1,12)^5 - 1}$$

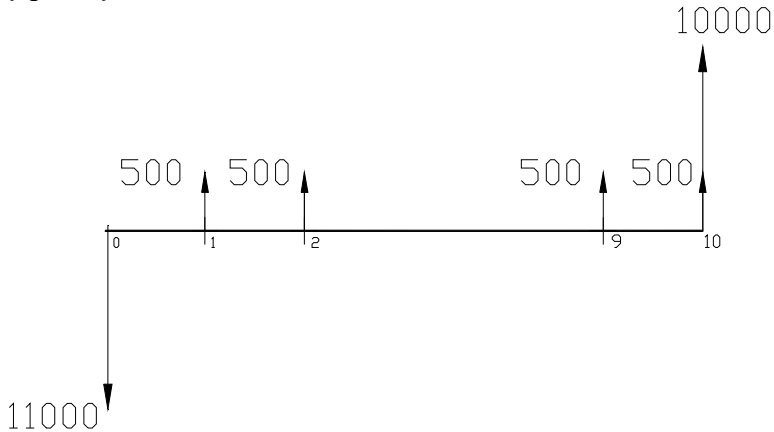
$$AW(12\%) = -14125,6 (0,2774)$$

$$AW(12\%) = -3918,44 \text{ NJ}$$

Mala razlika u odgovorima posledica je greške zaokruživanja. Trošak od 3918,44 NJ na kraju svake od 5 godina ekvivalentan je novčanim tokovima posmatranog investicionog projekta.

Metoda buduće vrednosti (FW) je analogna metodi sadašnje vrednosti (PW), samo se svi troškovi i prihodi u dijagramu novčanih tokova svode na kraj poslednje godine u nizu.

**Problem 1.23 Metoda interne stope prinosa (IRR).** Kolika je kamatna stopa  $i$  u dijagramu novčanih tokova na slici 1.12? Vrednost investicija u prvoj godini je 11000 NJ.



Slika 1.12

Posle  $n=10$  godina ostatna vrednost je 10000. Godišnji novčani prihod iznosi 500 NJ i prima se krajem svake godine u nizu od 10 godina. Greška od 20 NJ u bilansiranju jednačine aktualizovanih novčanih tokova smatra se tolerantnom. Da li treba realizovati ovaj projekat, ako je  $MARR=3\%$ ?

**Rešenje:**

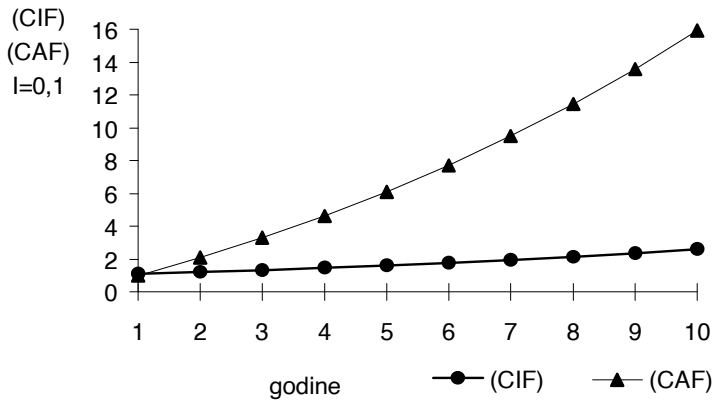
Ako je u jednačini aktualizovanih novčanih tokova nepoznata veličina kamatna stopa, kada se ona izračuna, onda se ona naziva *interna stopa prinosa (povraćaja kapitala)*, ( $i=IRR$ , *Internal Rate of Return*) [8]. To je ona kamatna stopa koja balansira jednačinu aktualizovanih novčanih tokova. Ovo rešenje isključuje sve negativne i konjugovano-kompleksne korenove. Svedimo sve na 10. godinu

$$- 11000(F|P i, 10) + 10000 + 500(F|A i, 10) = 0$$

$$- 11000(C|F) + 10000 + 500(C|A F) = 0$$

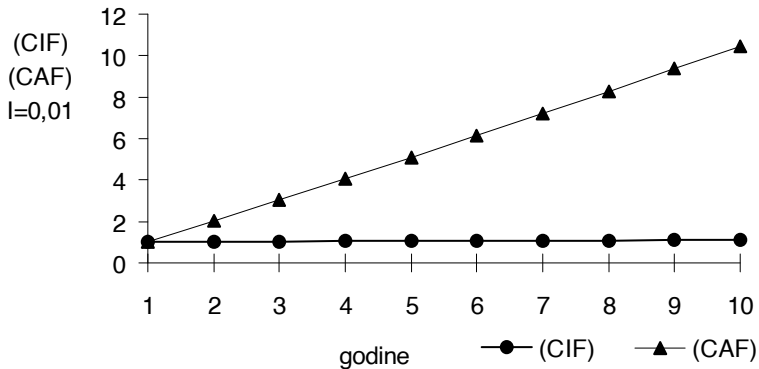
$$-11000(1+i)^{10} + 10000 + 500 \frac{(1+i)^{10} - 1}{i} = 0$$

Primenićemo metodu pokušaja i pogreške. Probajmo sa  $i=10\%$ . Pogledajmo kako rastu (CIF) i (CAF) faktori sa godinom  $n$  (slika I.12).



Slika I.13

Na sledećoj slici je prikazana promena ovih faktora sa godinama za  $i=1\%$ .



Slika I.14

Zamenimo  $i=10\%$  u prethodnu jednačinu. Dobijamo

Probajmo sa  $i=3$  %.

Probajmo sa  $i=4$  %.

Između ova dva pokušaja ( $i=3$  % i  $i=4$  %) fiksirana je buduća vrednost od 0 NJ. Linearnom interpolacijom, pokušaćemo da nađemo "tačnu" vrednost za  $i$ .

$$\frac{0,04 - 0,03}{-290 - 948} = \frac{0,04 - i}{-290 - 0}$$

$$i^{(1)} = 0,03766$$

Ovde (1) označava prvu iteraciju. Zamenimo ovo  $i$  u jednačinu novčanih tokova. Dobijamo

Sledi provera da li je dostignuta zadovoljavajuća tačnost. Jednačina novčanih tokova je izbalansirana u granicama tolerancije, s obzirom na

Tada je izračunato  $i$  jednako internoj stopi povraćaja kapitala (IRR)

$$i = i^{(1)} = \text{IRR} = 3,766 \%$$

*Interna stopa prinosa* ne uzima u obzir ekonomske faktore izvan datog projekta, za koji je postavljen dijagram novčanih tokova [19]. Osnovni kriterijum kod donošenja investicione odluke po ovoj metodi jeste da je opravdano ući u investicije tek kada je interna stopa tog projekta jednaka ili veća od kriterijumske stope [7]. Kriterijumska stopa je, na primer, *minimalna, atraktivna stopa prinosa (MARR)*.

Pošto je  $IRR=3,766\%$ , dok je  $MARR=3\%$ ,  $IRR>MARR$ , ekonomska analiza je pokazala opravdanost investicionog poduhvata. Realizacija projekta čiji je dijagram novčanih tokova dat na slici 1.12 ekonomski je opravdana.

**Problem 1.24** Oceniti ekonomsku prihvatljivost projekta iz prethodnog primera, ako se primeni *metoda eksterne stope prinosa (ERR)*. Kamatna stopa reinvestiranja kapitala iznosi  $r=MARR=3\%$ .

**Rešenje:**

*Metoda eksterne stope prinosa (povraćaja kapitala), (ERR=External Rate of Return)* [8], jedna je od metoda za ocenu efikasnosti investicija. Jednačina novčanih tokova se prvo postavi tako što se svi rashodi tokom celog perioda života projekta aktualizuju *na početak* perioda po nekoj poznatoj kamatnoj stopi reinvestiranja kapitala  $r$ .

*Reinvestiranje* je posao pozajmljivanja sopstvenog kapitala ili stavljanje novca u banku.

Prihodi se svedu *na kraj* vremenskog perioda po istoj stopi  $r$ .

Konačno, ukupni rashodi svedu se na buduću vrednost i izjednače sa prihodima, primenom faktora akumulacije sa nepoznatom kamatnom stopom  $i$ . Kada se ona odredi, nazove se *eksternom stopom prinosa, ( $i=ERR$ )*.

Kriterijum prihvatljivosti projekta je da  $ERR$  bude veće ili jednako  $MARR$ .

Umesto  $r$  može da se zameni  $i$  podatak za vrednost  $MARR$  [8]. U vezi sa ovim, videti prethodno objašnjenje za *trošak propuštene prilike*, kao i objašnjenje za *najmanje privlačnu stopu prinosa*  $MARR$ .

Prednost  $ERR$  nad  $IRR$  metodom je što daje jedinstveno rešenje.



S obzirom na sve što je prethodno rečeno, jednačina novčanih tokova po ERR metodi glasi

$$-11000(1+i)^{10} + 10000 + 500 \frac{(1+r)^{10} - 1}{r} = 0$$

$$-11000(1+i)^{10} + 10000 + 500 \frac{(1,03)^{10} - 1}{0,03} = 0$$

$$(1+i)^{10} = \frac{15732}{11000}$$

$$i = -1 + (1,43)^{0,1}$$

$$i = 0,03643$$

$$i = \text{ERR} = 3,64 \%$$

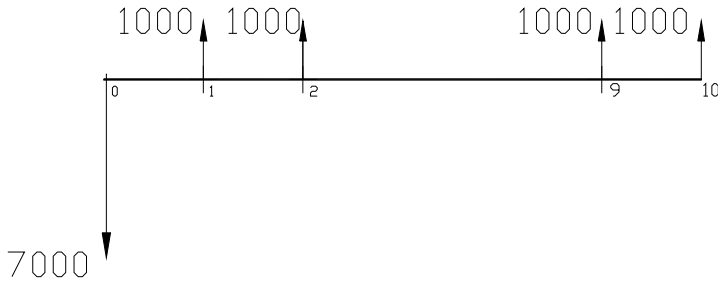
S pbzirom da je  $\text{ERR} > \text{MARR}$ , projekat je prihvatljiv. Prihvatljivost projekta bi trebalo da bude ocenjena isto, nezavisno od metode za ocenu investicija.

U literaturi, jednačina novčanih tokova za ERR može da se nađe i kompaktno napisana, na primer po anotaciji [8].

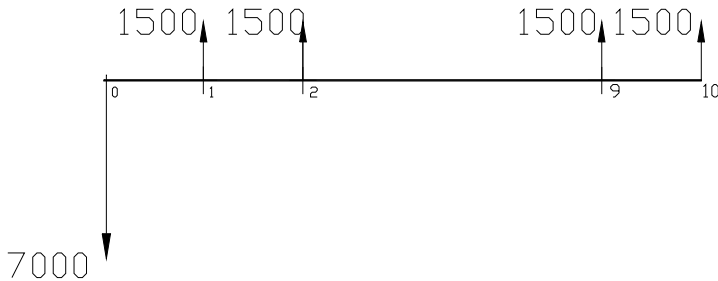
$$\sum_{t=0}^n E_t(P|F, r, t)(F|P, i, n) = \sum_{t=0}^n R_t(F|P, r, n - t)$$

Čita se ovako: svi rashodi ( $E = \text{expenditures} = \text{rashodi}$ ) tokom celog perioda života projekta aktualizuju se *na početak* perioda od  $n$  godina, po nekoj poznatoj kamatnoj stopi reinvestiranja kapitala  $r$  ( $r = \text{MARR}$  je jedna opcija). Pošto se množenjem sa faktorom akumulacije ( $F|P, i, n$ ) izjednače sa prihodima ( $R = \text{revenues} = \text{prihodi}$ ) koji se prethodno svedeni *na kraj* vremenskog perioda po istoj stopi  $r$ , izračunava se stopa  $i = \text{ERR}$ . Ona se upoređuje sa  $\text{MARR}$ . Projekat se usvaja kada je  $\text{ERR} \geq \text{MARR}$ .

**Problem 1.25** Šta je to *metoda perioda otplate*? Za date dijagrame novčanih tokova (alternativa 1: investicija od 7000 NJ i prihodi od 1000 NJ/god i alternativa 2: investicija od 7000 NJ i prihodi od 1500 NJ/god) naći ekonomski povoljniju alternativu po metodi perioda otplate.



Slika I.15



Slika I.16

**Rešenje:**

*Metoda perioda otplate* se od svih metoda za određivanje ekonomske efektivnosti investicija verovatno i najviše koristi. *Metoda perioda otplate* nije ekvivalentna IRR i ERR metodama, koje prihvatljivost investiranja u neki projekat ocenjuju poredeći njihovo investiranje sa investiranjem pod MARR kamatnom stopom. Po metodi perioda otplate određuje se *dužina vremenskog perioda* (ovde, broj godina) koji je potreban da se povrati početna investicija, pod kamatnom stopom koja je jednaka nuli. Ako se poredi više alternativa, najbolja je ona koja daje najmanji broj godina.

Kriterijum metode perioda otplate glasi

$$\sum_{t=1}^{m_j} R_{jt} \geq I_{j0}$$

Ovde je  $I_{j0}$  vrednost početne investicije alternative  $j$ ,  $R_{jt}$  je prihod alternative  $j$ ,  $m_j$  je period otplate. Alternativa  $j$  sa najmanjim periodom otplate  $m_j$  je, znači, najpovoljnija.

Alternativa 1:

$$\sum_{t=1}^6 R_{1t} = 6 \times 1000 \text{ NJ} = 6000 \text{ NJ} < I_{10} = 7000 \text{ NJ}$$

međutim,

$$\sum_{t=1}^7 R_{1t} = 7 \times 1000 \text{ NJ} = 7000 \text{ NJ} = I_{10} = 7000 \text{ NJ}$$

$$m_{10} = 7 \text{ godina}$$

Alternativa 2:

$$\sum_{t=1}^4 R_{2t} = 4 \times 1500 \text{ NJ} = 6000 \text{ NJ} < I_{20} = 7000 \text{ NJ}$$

međutim,

$$\sum_{t=1}^5 R_{2t} = 5 \times 1500 \text{ NJ} = 7500 \text{ NJ} > I_{20} = 7000 \text{ NJ}$$

$$m_{20} = 5 \text{ godina}$$

S obzirom da je  $m_{20} < m_{10}$ , alternativa 2 je povoljnija.

**Problem 1.26** Šta je to *metoda analize koristi i troškova (BC)*? Dati matematičku formulaciju B/C, (B-C) i  $\Delta$ B/C kriterijuma.

### **Rešenje:**

*Analiza koristi/troškova, (BC=benefit/cost analysis),* je metoda za ekonomsku ocenu investicija. Ova metoda je jednostavna i sastoji se od sledećih koraka:

1. Definirati alternative za poređenje. One treba da budu rešive i međusobno isključive (različite).
2. Definirati horizont planiranja za BC studiju.
3. Razviti profile uštede troškova i profile korisno-nekorisno u novčanim jedinicama, za svaku alternativu.
4. Uporediti alternative koristeći aktualizaciju.
5. Sprovesti dopunske analize.
6. Izabrati najbolju alternativu.

Metoda se, po definiciji, primenjuje na projekte *opšteg društvenog značaja*. Mnoge alternative otpadaju odmah. Uključuju se svi dobri i loši *efekti koje alternative imaju na javni sektor*, kao i svi aspekti iz života projekta (troškovi, ostatna vrednost, itd.). Posebno je važna dobra procena *horizonta planiranja*. Predugačak, uključio bi periode bez troškova. Prekratak, mogao bi da "odseče" neke ostatne vrednosti.

Matematička formulacija B/C kriterijuma glasi

$$B/C_j(i) = \frac{\sum_{t=1}^n B_{jt}(1+i)^{-t}}{\sum_{t=0}^n C_{jt}(1+i)^{-t}}$$

gde je

$B_{jt}$  (NJ) - društvena korist u vezi sa projektom j, u godini  $t=1,2,\dots,n$

$C_{jt}$  (NJ) - troškovi budžeta u vezi sa projektom j, u godini  $t=0,1,2,\dots,n$

$i$  - interesna stopa.

Projekat je ekonomski isplativ, ako je  $B/C_j(i) \geq 1$ .

Alternativno, postoji i (B-C) kriterijum, koji glasi

$$(B - C)_j(i) = \sum_{t=0}^n (B_{jt} - C_{jt})(1+i)^{-t}$$

Projekat je ekonomski isplativ, ako je  $(B - C)_j(i) \geq 0$ .

Inkrementalni  $\Delta B/C$  kriterijum glasi

$$\Delta B/C_{2-1}(i) = \frac{\Delta B_{2-1}(i)}{\Delta C_{2-1}(i)} = \frac{\sum_{t=1}^n (B_{2t} - B_{1t})(1+i)^{-t}}{\sum_{t=0}^n (C_{2t} - C_{1t})(1+i)^{-t}}$$

Prvo, alternative se poređaju u listu, po rastućim troškovima (sadašnja vrednost, godišnji ekvivalent, i sl.). Zatim se inkrementalna korist druge alternative u odnosu na prvu podeli inkrementalnim troškovima druge alternative u odnosu na prvu, itd.

Ako je  $\Delta B/C_{2-1}(i) \geq 1$ , alternativa 2 je ekonomski isplativija od alternative 1. Bolja alternativa od dve, zatim se poredi sa sledećom sa liste.

Slično količniku inkrementalnih vrednosti, može da se posmatra i razlika inkrementalnih vrednosti i uspostavi odgovarajući kriterijum [8].

**Problem 1.27** Stari put između termoelektrane sa malim naseljem i grada, u dužini od 26 km, treba zameniti novim. Postoje **tri alternative projekta** za gradnju puta. Alternativa A je da se ispravi i asfaltira stari put, po ceni od 3 miliona NJ. Asfaltiranje svakih deset godina košta 2,5 miliona NJ. Godišnje održavanje je 10000 NJ/km. Alternativa B je da se proseče novi put dužine 22 km. Investicija bi koštala 10 miliona NJ. Asfaltiranje svakih 10 godina košta 2,25 miliona NJ. Godišnje održavanje je 10000 NJ/km. Alternativa C takođe uključuje novi put dužine 20,5 km. U početku bi koštao 18 miliona NJ. Asfaltiranje bi koštalo 2,25 miliona NJ svakih 10 godina. Godišnje održavanje je 18000 NJ/km. Treba da odaberemo jednu od alternativa ako je horizont planiranja 30 godina, sa zanemarljivom ostatnom vrednošću posle tog perioda. **Uporediti godišnju vrednost troškova za predložene alternative**, ako je  $i=8\%$ . Podaci su prikazani u tabeli 1.8.

Tabela I.8

<i>Alternativa</i>	<i>Dužina</i> (km)	<i>Investicija</i> (10 <sup>6</sup> NJ)	<i>Održavanje</i> (10 <sup>3</sup> NJ/km)	<i>Asvaltiranje</i> (10 <sup>6</sup> NJ)
A	26	3	10	2,5
B	22	10	10	2,25
C	20,5	18	18	2,25

**Rešenje:**

*Investicioni troškovi* iznose:

Alternativa A:

$$\begin{aligned} & \left[ 3000000 + 2500000(P|F 8,10) + 2500000(P|F 8,20) \right] (A|P 8,30) = \\ & = \left[ 3000000 + 2500000(0,4632) + 2500000(0,2145) \right] (0,0888) = \\ & = 416849 \text{ NJ/god} \end{aligned}$$

Alternativa B:

$$\begin{aligned} & \left[ 10000000 + 2250000(P|F 8,10) + 2250000(P|F 8,20) \right] (A|P 8,30) = \\ & = \left[ 10000000 + 2250000(0,4632) + 2250000(0,2145) \right] (0,0888) = \\ & = 1023404 \text{ NJ/god} \end{aligned}$$

Alternativa C:

$$\begin{aligned} & \left[ 18000000 + 2250000(P|F 8,10) + 2250000(P|F 8,20) \right] (A|P 8,30) = \\ & = \left[ 18000000 + 2250000(0,4632) + 2250000(0,2145) \right] (0,0888) = \\ & = 1733804 \text{ NJ/god} \end{aligned}$$

*Troškovi održavanja:*

Alternativa A:

$$\left( 10000 \frac{\text{NJ}}{\text{km, god}} \right) (26 \text{ km}) = 260000 \text{ NJ/god}$$

Alternativa B:

$$(10000 \frac{\text{NJ}}{\text{km, god}})(22 \text{ km}) = 220000 \text{ NJ/god}$$

Alternativa C:

$$(18000 \frac{\text{NJ}}{\text{km, god}})(20,5 \text{ km}) = 369000 \text{ NJ/god}$$

Najjevtinija je varijanta A, sledi varijanta B, zatim varijanta C. Ukupno, A=676849NJ, B=1243404NJ, C=2102801NJ.

Možemo li već sada da zaključimo da alternativu A treba izabrati samo na osnovu analize troškova državnog budžeta? Apsolutno ne, zbog *kriterijuma odnosa troškova i koristi* (B/C), koji *maksimizira ukupnu društvenu korist, umanjenu za troškove*. Ustvari, analizirali smo samo jednu stranu problema. Ovo do sada nije bila cela B/C analiza! Treba da pokušamo da kvantifikujemo koristi na svakoj od alternativa.

Ovaj problem ćemo nastaviti i potpuno razviti u sledećem primeru.

**Problem 1.28 Primena metode analize koristi i troškova.** Analizu iz prethodnog primera upotpuniti do tog nivoa da odgovara jednoj  $\Delta B/C$  analizi, koristeći podatke koji slede. Gustina saobraćaja varira oko prosečnih 4000 vozila/dan. Ovaj broj čini 350 lakih kamiona (prosečan trošak po kilometru vozila je 0,35 NJ/km), 250 teških kamiona (0,50 NJ/km), 80 motocikala (0,10 NJ/km), ostalo su automobili (0,20 NJ/km). Postoji i ušteda u vremenu, zbog različite dužine puteva, kao i zbog brzine koju je na njima moguće razvijati. Alternativa A dozvoljava 35 km/h za teške kamione, dok je prosečna brzina ostalih vozila 45 km/h. Alternative B i C dopuštaju 40 km/h za teške kamione, ostalim vozilima 50 km/h. "Cena vremena" je 15 NJ/h za komercijalni i 5 NJ/h za nekomercijalni saobraćaj. Četvrtina automobila i svi kamioni su komercijalni. Treba uključiti i veoma značajan faktor sigurnosti. Duž starog, krivudavog puta bilo je mnogo saobraćajnih nesreća godišnje. Alternativa A će taj broj smanjiti na očekivanih 105, B i C na 75, odnosno 70. Prosečan trošak po vozilu u nezgodi je 7500 NJ, računajući fizičku štetu na imovini, izgubljene prihode zbog ozleda, troškove lečenja i druge troškove [8].

**Rešenje:**

Treba da analiziramo sve različite koristi do kojih smo mogli da dođemo razmišljajući o alternativama puta. Razmotrili smo uštede u radu vozila, vremenu i sprečavanju nezgoda. Interesuju nas javni troškovi.

*Troškovi eksploatacije* iznose:

Alternativa A:

$$\begin{aligned}
 & \left(350 \frac{\text{lakih kamiona}}{\text{dan}}\right) \left(26 \frac{\text{km}}{\text{laki kamion}}\right) \left(0,35 \frac{\text{NJ}}{\text{km}}\right) \left(365 \frac{\text{dan}}{\text{god}}\right) + \\
 & + \left(250 \frac{\text{teških kamiona}}{\text{dan}}\right) \left(26 \frac{\text{km}}{\text{teški kamion}}\right) \left(0,50 \frac{\text{NJ}}{\text{km}}\right) \left(365 \frac{\text{dan}}{\text{god}}\right) + \\
 & + \left(80 \frac{\text{motocikala}}{\text{dan}}\right) \left(26 \frac{\text{km}}{\text{motocikl}}\right) \left(0,10 \frac{\text{NJ}}{\text{km}}\right) \left(365 \frac{\text{dan}}{\text{god}}\right) + \\
 & + \left(3320 \frac{\text{automobila}}{\text{dan}}\right) \left(26 \frac{\text{km}}{\text{automobil}}\right) \left(0,20 \frac{\text{NJ}}{\text{km}}\right) \left(365 \frac{\text{dan}}{\text{god}}\right) = 8726055 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}
 \end{aligned}$$

Alternativa B:

$$\begin{aligned}
 & \left[350(0,35\text{NJ}) + 250(0,50\text{NJ}) + 80(0,10\text{NJ}) + 3320(0,20\text{NJ})\right] (22) (365) = \\
 & = 7383585 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}
 \end{aligned}$$

Alternativa C:

$$\begin{aligned}
 & \left[350(0,35\text{NJ}) + 250(0,50\text{NJ}) + 80(0,10\text{NJ}) + 3320(0,20\text{NJ})\right] (20,5) (365) = \\
 & = 6880159 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}
 \end{aligned}$$

*“Troškovi vremena”* iznose:

Alternativa A:

$$\begin{aligned}
 & \left(350 \frac{\text{lakih kamiona}}{\text{dan}}\right) \left(26 \frac{\text{km}}{\text{laki kamion}}\right) \left(\frac{1 \text{ h}}{45 \text{ km}}\right) \left(365 \frac{\text{dan}}{\text{god}}\right) \left(15 \frac{\text{NJ}}{\text{h}}\right) + \\
 & + \left(250 \frac{\text{teških kamiona}}{\text{dan}}\right) \left(26 \frac{\text{km}}{\text{teški kamion}}\right) \left(\frac{1 \text{ h}}{35 \text{ km}}\right) \left(365 \frac{\text{dan}}{\text{god}}\right) \left(15 \frac{\text{NJ}}{\text{h}}\right) +
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \left(80 \frac{\text{motocikala}}{\text{dan}}\right) \left(26 \frac{\text{km}}{\text{motocikl}}\right) \left(\frac{1\text{h}}{45\text{km}}\right) \left(365 \frac{\text{dan}}{\text{god}}\right) \left(5 \frac{\text{NJ}}{\text{h}}\right) + \\
& + \left(3320 \frac{\text{automobila}}{\text{dan}}\right) \left(26 \frac{\text{km}}{\text{automobil}}\right) \left(\frac{1\text{h}}{45\text{km}}\right) \left(365 \frac{\text{dan}}{\text{god}}\right) \times \\
& \times \left(0,25 \times 15 \frac{\text{NJ}}{\text{h}} + 0,75 \times 5 \frac{\text{NJ}}{\text{h}}\right) = 7459441 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}
\end{aligned}$$

Alternativa B:

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{350}{50} (15\text{NJ}) + \frac{250}{40} (15\text{NJ}) + \frac{80}{50} (5\text{NJ}) + \frac{3320}{50} (0,25 \times 15\text{NJ} + 0,75 \times 5\text{NJ}) \right] \times = \\
& \times (22)(365) = 6688078 \text{ NJ}
\end{aligned}$$

Alternativa C:

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{350}{50} (15\text{NJ}) + \frac{250}{40} (15\text{NJ}) + \frac{80}{50} (5\text{NJ}) + \frac{3320}{50} (0,25 \times 15\text{NJ} + 0,75 \times 5\text{NJ}) \right] \times = \\
& \times (20,5)(365) = 5273292 \text{ NJ}
\end{aligned}$$

*Troškovi sigurnosti:*

Alternativa A:

$$\left(105 \frac{\text{vozila}}{\text{god}}\right) \left(7500 \frac{\text{NJ}}{\text{vozilo}}\right) = 787500 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

Alternativa B:

$$(75)(7500\text{NJ}) = 562500 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

Alternativa C:

$$(70)(7500\text{NJ}) = 525000 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

Svi relevantni budžetski (b) i javni (j) troškovi prikazani su u tabeli I.9.

Tabela I.9

<i>Troškovi</i>	<i>Alternativa A</i>	<i>Alternativa B</i>	<i>Alternativa C</i>
	(NJ/god)	(NJ/god)	(NJ/god)
Investicije (b)	416849	1023404	1733804
Održavanje (b)	260000	220000	369000
Eksploatacija (j)	8726055	7383585	6880159
“Vremena” (j)	7459444	6688078	5273292
Sigurnosti (j)	787500	562500	525000
Budžeta $\Sigma$ (b)	676849	1243404	2102804
Javni $\Sigma$ (j)	16972999	14634163	12678451

Uporedićemo tri alternative po B/C kriterijumu. Pođimo od alternative A koja najnižim troškovima opterećuje državni budžet. S obzirom da nismo posebno definisali “koristi”, usvojicemo princip da je javna korist isto što i inkrementalno smanjenje javnih troškova koje se javlja kao razlika između alternativa.

Inkrementalne koristi i troškovi alternative A u poređenju sa B, za  $i=8\%$ :

$$\Delta B_{B-A}(8) = \text{javni trošak}_A(8) - \text{javni trošak}_B(8)$$

$$\Delta B_{B-A}(8) = 16972996 - 14634163 = 2338833 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

$$\Delta C_{B-A}(8) = \text{trošak budžeta}_B(8) - \text{trošak budžeta}_A(8)$$

$$\Delta C_{B-A}(8) = 1243404 - 676849 = 566555 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

Znači, ako vlada uloži 566555 NJ/god više iz svog budžeta, ona će time obezbediti javnu uslugu za 2338833 NJ/god višeg kvaliteta. Odgovarajući B/C odnos iznosi

$$\Delta B \Big|_{C_{B-A}}(8) = \frac{\Delta B_{B-A}(8)}{\Delta C_{B-A}(8)} = \frac{2338833}{566555} = 4,13$$

Ovo jasno govori da se budžetsko ulaganje u alternativu B isplati i da je B privlačnija alternativa od A.

Slična analiza može da se sprovede da bi se uporedile alternative B i C.

$$\Delta B_{C-B}(8) = 14634163 - 12678451 = 1955712 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

$$\Delta C_{C-B}(8) = 2102804 - 1243404 = 859400 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

$$\Delta \left| \frac{B}{C} \right|_{C-B}(8) = \frac{\Delta B_{C-B}(8)}{\Delta C_{C-B}(8)} = \frac{1955712}{859400} = 2,28$$

Budući da je veći od jedinice, ovaj odnos koristi i troškova ukazuje da dodatno ulaganje iz budžeta u alternativu C, u iznosu od 859400 NJ/god, obezbeđuje značajnu korist javnom sektoru. Ustvari, korisnici puta C imaju zbog te investicije uštedu od 1955712 NJ/god. Od tri alternative, najbolja je alternativa C. Slede B, potom A.

Ukoliko je  $\Delta B/C > 1$ , tada je  $\Delta(B-C) > 0$ . Može da se koristi bilo prvi, bilo drugi navedeni kriterijum.

**Problem 1.29 Primena metode analize koristi i troškova.** Primeniti kriterijum  $\Delta(B-C) > 0$  na prethodni primer.

**Rešenje:**

$$\Delta B_{B-A}(8) = 2338833 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

$$\Delta C_{B-A}(8) = 566555 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

Zamenimo,

$$\Delta(B - C)_{B-A}(8) = \Delta B_{B-A}(8) - \Delta C_{B-A}(8)$$

$$\Delta(B - C)_{B-A}(8) = 2338833 - 566555 = 1772278 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

Ponovo zaključujemo da je alternativa B privlačnija od A. Slično,

$$\Delta(B - C)_{C-B}(8) = \Delta B_{C-B}(8) - \Delta C_{C-B}(8)$$

$$\Delta(B - C)_{C-B}(8) = 1955712 - 859400 = 1096312 \frac{\text{NJ}}{\text{god}}$$

Alternativa C je najbolja.

**Problem 1.30** Šta je *amortizacija*?

**Rešenje:**

*Amortizacija* je proces realnog trošenja *osnovnog sredstva* za rad do kojeg dolazi njegovom upotrebom u proizvodnji [10]. Vrednost osnovnog sredstva za rad smanjuje se svake godine trošenjem u procesu proizvodnje za jedan deo. Taj deo vrednosti osnovnog sredstva ne nestaje, već se prenosi u vrednost novog proizvoda. Od posebne je važnosti kako se obračunava *otpis dela vrednosti obrtnog sredstva*, ili *amortizacija*. Znači, amortizacija je i samo rabaćenje predmeta, ali i *knjigovodstvena procedura (amortizaciona šema)* za otpisivanje vrednost osnovnog sredstva.

Ovo smanjivanje vrednosti obračunava se inkrementalno, svake godine za odgovarajući iznos *amortizacione stope*. *Godišnje amortizacione stope (kvote)* obračunavaju se iz procene *životnog veka* korišćenja osnovnih sredstava za rad. Novčana sredstva izdvojena tim putem služe za obnavljanje postojećih sredstava za rad. Posle određenog vremena, ova izdvojena sredstva postaju po obimu tolika, kolika su bila onda kada su prvobitno bila angažovana u procesu proizvodnje.

Vrednost osnovnih sredstava za rad koja podleže obračunu amortizacije je njihova *nabavna vrednost*, umanjena za procenjenu *ostatnu (rezidualnu) vrednost*. Veoma je teško proceniti rezidualnu vrednost nekog osnovnog sredstva čiji je planirani životni vek dug, na primer 30 godina.

Privredni subjekt može da se odluči za sledeće *metode obračunavanja amortizacije osnovnih sredstava*:

1. *proporcionalna metoda*, kod koga je amortizacioni iznos svake godine jednak;
2. *digresivna metoda*, kada se godišnji iznos amortizacije smanjuje;
3. *progresivna metoda*, kada se godišnji iznos amortizacije povećava;
4. *funkcionalna metoda*, koji zavisi od intenziteta upotrebe osnovnih sredstava.

*Amortizacioni fond* je knjigovodstveni odnosno evidencioni izraz stepena amortizovanosti osnovnih sredstava. Knjigovodstveno rešenje se sprovodi *otpisivanjem* (ispravkom) vrednosti osnovnih sredstava za iznos amortizacionih kvota. Ako se amortizacioni fond ne koristi u toku *radnog veka* osnovnog sredstva, on narasta sve do momenta zamene tog sredstva.

U *domaćoj praksi*, da bi se predupredilo dejstvo inflacije koje obezvređuje fondove, uveden je princip permanentne revalorizacije. Prilikom izrade periodičnog, odnosno *godišnjeg obračuna*, pravna lica *revalorizuju* fiksni kapital uključujući i njegovu amortizaciju, stopom rasta cena proizvođača industrijskih proizvoda.

*Inostrana praksa* uvodi rešenja za otpis osnovnih sredstava koja se u SAD zovu, na primer, *ACRS (Accelerated Cost Recovery System)*, ili *SYD (Sum of Year Digits)*. Treba napomenuti da se ovde ne radi o *stvarnim novčanim tokovima*, već o matematičkoj proceni dela *oporezivog prihoda* koji se računa iz *amortizacione šeme*. Naime, u praksi te zemlje važi načelo da veći otpis osnovnih sredstava u jednoj godini umanjuje iznos dela prihoda koji podleže oporezivanju. Tako preduzeću ostaje više novca za *reinvestiranje*. Tek taj novac je stvarni novac.

Smatra se da je *ACRS* najbolja strategija za poreskog obveznika pošto obezbeđuje najbrži povraćaj najvećeg dela investicionih troškova, tako da je sadašnja vrednost neto novčanih prihoda posle oporezivanja najveća.

Ovo načelo je invarijantno u odnosu na izmene poreskih zakona. Smatra se da je sve sadržano u poznavanju tog načela i da inženjer ne treba da se iscrpljuje poznavanjem poreske prakse [8].

**Problem 1.31** Pravno lice je kupilo osnovno sredstvo za 164000 NJ. Procenjena ostatna vrednost posle sedam godina upotrebe iznosi 10000 NJ. Zadatak je da se primeni ***pravolinijska amortizacija*** i prikaže tabelom

**knjigovodstvena vrednost osnovnog sredstva** u toku sedmogodišnje eksploatacije.

**Rešenje:**

*Pravolinijska amortizacija* [8] obezbeđuje uniformno ili *proporcionalno* otpisivanje osnovnih sredstava. Neka je P (NJ) početna vrednost osnovnog sredstva, F (NJ) ostatna vrednost osnovnog sredstva, n broj godina, A (NJ) amortizaciona kvota. A se izračunava kao

$$A = \frac{P - F}{n}$$

Ako je t celobrojni “brojač” godina, *neamortizovani deo investicije* ili *knjigovodstvena vrednost* na kraju godine t izračunava se kao

$$B_t = P - \left(\frac{P - F}{n}\right)t$$

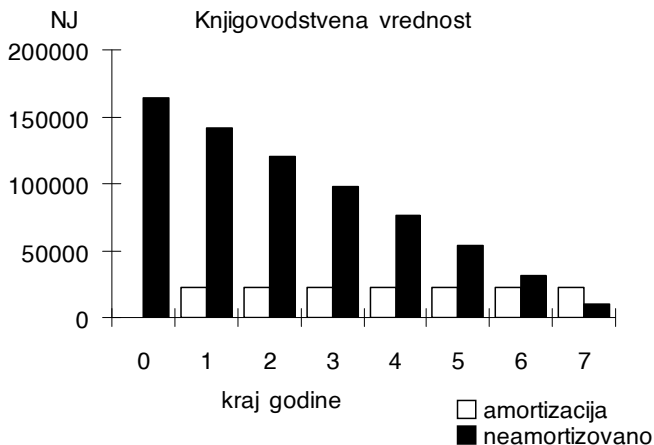
Tabela I.10

<i>Kraj godine, t</i>	<i>Amortizacija, A (NJ)</i>	<i>Knjigovodstvena vrednost, B<sub>t</sub> (NJ)</i>
0	-	164000
1	22000	142000
2	22000	120000
3	22000	98000
4	22000	76000
5	22000	54000
6	22000	32000
7	22000	10000

Možemo da izračunamo stopu amortizacije, d(%):

$$d(\%) = \frac{1}{n} \times 100$$

$$d = \frac{1}{7} 100 = 14,286 \%$$



Slika I.17

**Problem 1.32** Izvesti izraz za knjigovodstvenu vrednost osnovnog sredstva na kraju godine  $t$ , ako se za otpisivanje primeni **metoda sume broja godina (SYD)**.

**Rešenje:**

SYD (*Sum of Year Digits= suma broja godina*) je digresivna metoda. Naziva se i *ubrzana šema za amortizaciju*, pošto je otpisivanje osnovnih sredstava u početku eksploatacije ubrzano [8]. Naziv *suma broja godina* dolazi od činjenice da se suma

$$1 + 2 + \dots + (n - 1) + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

koristi direktno u obračunu amortizacije. Amortizaciona kvota iznosi

$$A = \frac{n - (t - 1)}{n(n + 1)/2} (P - F)$$

Knjigovodstvena vrednost na kraju svake godine  $t$  izračunava se prema

$$B_t = P - \sum_{j=1}^t \frac{n - (j - 1)}{n(n + 1)/2} (P - F)$$

$$B_t = (P - F) \frac{(n - t)(n - t + 1)}{n(n + 1)} + F$$

SYD stopa amortizacije, d(%)

$$d(\%) = \frac{n - (t - 1)}{n(n + 1)/2} \times 100$$

**Problem 1.33 Metoda sume broja godina (SYD).** Prikazati amortizaciju osnovnog sredstva iz prethodnog brojnog primera po ubrzanoj, SYD šemi. Osnovno sredstvo bilo je kupljeno za 164000 NJ, dok mu je procenjena ostatna vrednost posle sedam godina upotrebe iznosila 10000 NJ. Rezultate prikazati tabelom u kojoj se vidi iznos amortizacije, kao i knjigovodstvena vrednost osnovnog sredstva. Dijagramom prikazati dinamiku otpisivanja vrednosti osnovnog sredstva (kvota za amortizaciju i neamortizovana vrednost), po godinama.

**Rešenje:**

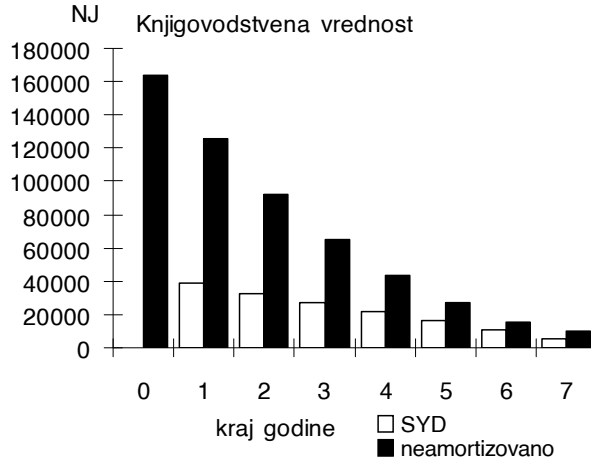
Rezultati primene SYD algoritma dati su u tabeli I.11.

Tabela I.11

Kraj godine, $t$	$\frac{n - (t - 1)}{n(n + 1)/2}$	Amortizacija, $A$ (NJ)	Knjigovodstvena vrednost, $B_t$ (NJ)
0	-	-	164000
1	7/28	38500	125500
2	6/28	33000	92500
3	5/28	27500	65000
4	4/28	22000	43000
5	3/28	16500	26500
6	2/28	11000	15500
7	1/28	5500	10000

Vrednosti iz tabele I.11 prikazane su na sledećoj slici.





Slika I.18

**Problem I.34 Ubrzana šema za povraćaj kapitalnih troškova (ACRS)**

primenjena je na amortizaciju osnovnog sredstva kupljenog za 164000 NJ iz prethodnog zadatka. Procenjena ostatna vrednost sredstva posle sedam godina upotrebe iznosi 10000 NJ. Rok za povraćaj kapitala je pet godina ( $t=5$ ). Prikazati knjigovodstvenu vrednost osnovnog sredstva u toku sedmogodišnje eksploatacije. Godišnji procenat amortizacije ( $d_t \times 100\%$ ) osnovnog sredstva dat je u tabeli I.12.

Tabela I.12

$t$	1	2	3	4	5
$(d_t \times 100\%)$	15	22	21	21	21

**Rešenje:**

ACRS amortizacija (*Accelerated Cost Recovery System=šema ubrzanog povraćaja troškova*) računa se tako što se primeni godišnji procenat ( $d_t \times 100\%$ ) na iznos investicije P. Amortizaciona kvota se izračunava kao

$$A_t = d_t P$$

Suma svih otpisivanja je uvek jednaka jedinici.

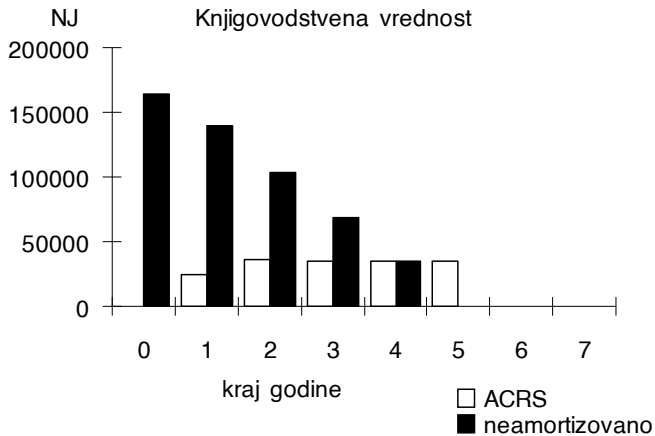
$$\sum_{j=1}^t d_j = 1$$

Osnovno sredstvo može da bude amortizovano i pre isteka svoga životnog veka. Knjigovodstvena vrednost na kraju svake godine  $t$  iznosi

$$B_t = P - \sum_{j=1}^t A_j = P(1 - \sum_{j=1}^t d_j).$$

Tabela I.13

<i>Kraj godine, t</i>	$(d_t \times 100\%)$	<i>Amortizacija, A (NJ)</i>	<i>Knjigovodstvena vrednost, B<sub>t</sub> (NJ)</i>
0	-	-	164000
1	15	24600	139400
2	22	36080	103320
3	21	34440	68880
4	21	34440	34440
5	21	34440	0
6	0	0	0
7	0	0	0



Slika I.19

## II Prognoza potrošnje

**Problem II.1** Prognoza potrošnje prethodi aktivnosti planiranja razvoja proizvodnih i prenosnih kapaciteta. Kakve mogu da budu **posledice neostvarene prognoze potrošnje**: a) kada je ostvarena potrošnja je veća od prognozirane potrošnje; b) kada je ostvarena potrošnja je manja od prognozirane potrošnje?

### **Rešenje:**

Proizvodnja generatora u elektroenergetskom sistemu uvek treba *u stopu da prati (close tracking, [20])* potrošnju električne energije, zato što se, na sadašnjem tehnološkom nivou, električne energija troši gotovo u i stom trenutku kada se i proizvodi (veće količine energije ne mogu se čuvati za kasnije trošenje). Iz Teorije električnih kola poznato je da su odzivi kola (naponi, struje pasivnih elemenata) posledica eksitacije (generisanja). Osnovni zakoni teorije električnih kola, naravno, važe u složenim električnim kolima (mrežama) elektroenergetskog sistema. Međutim, kada se u planiranju posmatra *razvoj ili promena potrošnje* (pasivnih elemenata kola, potrošača snage i energije) sa vremenom, važi obrnuta kauzalnost. Ovde snaga izvora “motri” i prati *porast potrošnje*. U sekundnom području, male varijacije potrošnje su slučajnog karaktera i pokrivene su *funkcijom automatske regulacije generatora*. U terminima minuta, moguće su varijacije potrošnje i veće od očekivanih, ali je i vreme do angažovanja generatora duže, pa je moguće uključiti i *funkciju upravljanja “ekonomično generisanje”* i uštedeti. U periodima časova i dana, još veće razlike između (planiranog) generisanja i (očekivane) potrošnje su moguće. Da bi se tada zadovoljila potrošnja, potrebno je startovati ili isključiti sa mreže generatore ili intervenisati uvozom. Preko nedelju dana, uključuju se *funkcije kao održavanje, doprema goriva i plan angažovanja akumulacije hidroelektrana*. U terminima godina, mogu da se dogode značajne promene potrošnje, ali i događaji koje je nemoguće predvideti. Izgradnja elektrana traje i do deset godina. Potrošnja može i da se udvostruči [3]. Prognoza potrošnje je ovde potrebna da bi se *na vreme* izgradila postrojenja za proizvodnju, prenos i distribuciju električne energije. *Procena potrošnje* u ovim terminima vremena može značajno da *podbaci*, ili da *prebaci* ono što će se u budućnosti ostvariti, uz veliku materijalnu štetu u oba slučaja. Godine 1985 je procenjeno da u britanskom elektroenergetskom sistemu sa pretežnom proizvodnjom iz termoelektrana, 1% povećanja greške prognoze korelira sa povećanjem troškova eksploatacije od 10 miliona funti godišnje [20].

*Prognoza potrošnje* zalazi već u sekundni i minutni domen i nadopunjuje se sa funkcijom *estimatora* [21-31] u sistemu *SCADA (Supervisory Control and Data Acquisition)* čije su funkcije prikupljanje podataka o sistemu i obrada tih podataka da bi ih operator koristio za upravljanje udaljenim uređajima sistema, pa se kao i *funkcija sigurnosti* (koja će biti opisana u poglavlju V) ova funkcija proteže kroz sve vremenske domene prethodno opisanog, *vremenski dekomponovanog rada* elektroenergetskog sistema. Ako je:

- a) ostvarena potrošnja u budućnosti veća od prognozirane potrošnje, to ima za posledicu neuspeh u planiranju dovoljne generatorske rezerve, kao i neophodnost angažovanja skupljeg uvoza ili skuplje proizvodnje iz vršnih elektrana;
- b) ostvarena potrošnja u budućnosti manja od prognozirane potrošnje, to znači da je došlo do predimenzionisanja ukupne snage izvora i velikih investicija ranije nego što je to bilo nužno (videti kako *vrednost novca zavisi od vremena*, odnosno podsetiti se pojma iz poglavlja I, *trošak propuštene prilike*).

Znači, na potrošnju se gleda kao na učesnika u procesu proizvodnja-prenos-distribucija-potrošnja, kao na stranu koja nameće svoj *zahtev*. Neudovoljavanje zahtevu za potrošnjom, bilo po obimu isporučene snage i energije bilo po kvalitetu, znači ili *redukciju potrošnje* (da bi se sačuvao deo potrošnje) ili, u krajnjem slučaju, delimični ili potpuni *raspad elektroenergetskog sistema*. Novija engleska terminologija planiranja elektroenergetskih sistema implicira ovu uzročno- posledičnu vezu između zahteva za potrošnjom i generisanjem. Klasični nazivi za potrošnju su opterećenje (*load= opterećenje, consumption= potrošnja*). Međutim, već je uobičajeno da se govori o "*strani koja zahteva*", (*demand side= strana koja zahteva, traži*). misleći na potrošače. Ovaj naziv implicira planerski aspekt, da *prioritet u planiranju u svim domenima vremena ima potrošnja*. Shodno tome, generisanje je snabdevanje (*supply side = strana koja snabdeva*).

***Problem 11.2*** Koje se *veličine koje opisuju potrošnju električne energije prognoziraju?*

***Rešenje:***

Prognoziraju se sledeće tri osnovne veličine:

1. Potrošnja električne energije (GWH)

2. Maksimalne (vršne) ili minimalne snage (MW)
3. Kriva trajanja opterećenja.

*Prognoza na pragu generatora* služi za planiranje razvoja izvora i koristi ukupnu potrošnju sistema koja obuhvata i sopstvenu potrošnju generatora, gubitke u transformatorima i prenosnoj mreži, itd. *Prognoze vršnih i minimalnih aktivnih snaga po čvorištima* mreže potrebne su za studije razvoja prenosne mreže. *Prognoza na pragu distribucije* zahteva i prognoze *vršnih i minimalnih reaktivnih snaga po čvorištima* mreže. S obzirom da već postoji prognoza aktivnih snaga, prognoza na pragu distribucije može da se dobije iz nje preko *faktora snage*. Ponekad se prognoziraju i *faktor opterećenja* kao i *odnos minimalnog i maksimalnog opterećenja* [32].

**Problem II.3** Prikazati *metodologije planiranja potrošnje električne energije*.

**Rešenje:**

Klasifikacija *metodologija za planiranje potrošnje električne energije*, data je u narednoj tabeli [32,33].

Tabela II.1 [32]

<i>Kriterijum</i>	<i>Metodologija</i>
1) Vremenski horizont planiranja	1) Dugoročno planiranje 2) Srednjeročno planiranje
2) Neelektrične veličine prisutne?	1) Nezavisne (ekstrapolacione) metode 2) Zavisne (korelacione) metode 3) Kombinacija zavisnih i nezavisnih metoda
3) Slučajne veličine prisutne?	1) Determinističke metode 2) Probabilističke metode

*Dugoročno planiranje potrošnje* ima vremenski horizont od 5 do 30 godina i osnovni vremenski interval od godinu dana.

*Srednjeročno planiranje potrošnje* ima vremenski horizont od 1 do 5 godina i osnovni vremenski interval od jedne sedmice ili jednog meseca.

*Nezavisne (ekstrapolacione) metode* su one koje se zasnivaju samo na vremenskom nizu podataka o električnoj veličini koja se prognozira

(potrošnja snage, energije), ne izražavajući u modelu ostale uticaje. Ova problematika će biti obrađena kroz numeričke primere.

*Zavisne (korelacione) metode* su one koje prognoziraju električnu veličinu ali u modelu obuhvataju i dominantne uticaje neelektričnih i električnih veličina. Dominantnost se naknadno verifikuje izračunavanjem stepena korelacije. I ova problematika će biti obrađena brojnim primerom.

*Kombinacija zavisnih i nezavisnih metoda* je posebna metodologija u kojoj se prognozirana veličina deli na komponente. Neke komponente se prognoziraju nezavisnim, a preostale zavisnim metodama.

*Determinističke metode* su one u kojima ne figurišu slučajne promenljive. Prognoza električne veličine je samo jedna vrednost u jednom trenutku budućnosti.

*Probabilističke metode* su one u kojima figurišu slučajne promenljive. Prognoza električne veličine je jedan skup vrednosti u u jednom trenutku budućnosti. Svakoј vrednosti iz tog skupa odgovara određena verovatnoća (do takozvanog *intervala poverenja*) [32].

**Problem 11.4 Nezavisne ili ekstrapolacione metode** mogu da budu ili determinističke ili probabilističke. Prikazati algoritam opšte, nezavisne, determinističke metode. Koje **funkcionalne zavisnosti** stoje na raspolaganju u ovoj metodologiji?

**Rešenje:**

*Nezavisne, determinističke, ekstrapolacione metode*, zasnivaju se na modelima vremenskog niza. Posmatranjem potrošnje električne energije registrovane u prošlosti, pretpostavlja se (bira) njena određena funkcionalna zavisnost od vremena. Ekstrapolacijom (protezanjem) u budućnost, funkcija daje prognozu. Ovu prognozu verifikovaće tek budućnost. U takvoj interakciji stiče se iskustvo koje je bitno za tumačenje i ocenu kvaliteta prognoze. Algoritam opšte, nezavisne, determinističke metode izgleda ovako:

1. Merenja (potrošnja, vreme) iz prošlosti, njihova analiza
2. Funkcionalna zavisnost, njen izbor
3. Nepoznati parametri funkcionalne zavisnosti, njihovo određivanje
4. Funkcionalna zavisnost, određena sa 3

5. Parovi (potrošnja, vreme) za budućnost, prognoza, primenom 4
6. Kvalitet prognoze, ako nije dobar idi na 2
7. Kraj.

*Funkcionalne zavisnosti*  $X_t = f(t)$  koje su najčešće u primeni su [32]:

$$X_t = a + bt \quad \textit{prava}$$

$$X_t = a + bt + ct^2 \quad \textit{kvadratna kriva}$$

$$X_t = ae^{bt} \quad \textit{eksponencijalna funkcija}$$

$$X_t = \frac{1}{a + b/t} \quad \textit{linearna kriva sa zasićenjem}$$

$$X_t = \frac{1}{a + b/t + c/t^2} \quad \textit{kvadratna kriva sa zasićenjem}$$

$$X_t = \frac{a}{1 + be^{-ct}} \quad \textit{logistička funkcija}$$

$$X_t = ae^{bc^t} \quad \textit{Gompertz-ova kriva}$$

U navedenim funkcionalnim zavisnostima  $t$  je vreme, a  $X_t$  (snaga, energija, ili *logaritam* ovih veličina) vrednost funkcije  $X_t = f(t)$  u diskretnom trenutku  $t$ , dok su  $a$ ,  $b$  i  $c$  nepoznati koeficijenti, koje određujemo.

Funkcije sa navedene liste anticipiraju rast  $X_t$  sa vremenom. Pošto je iskustvo pokazalo da postoje i periodi obuzdavanja rasta potrošnje električne energije (pojava stagnacije u rastu poznata je u teorijama razvoja društvene zajednice od davnina, na primer po *Malthus-u*), primenjuju se funkcionalne zavisnosti razvijene u ovim teorijama. *Gompertz-ova kriva* kao i logistička funkcija, obe takozvane *s-krive*, omogućavaju simulaciju *prelaska iz trenda u trend* (usporeno - ubrzano - usporeno), tako da su na raspolaganju sve mogućnosti. Logaritamskom parabolom, na primer, može se simulirati prelazak iz rasta u stagniranje i opadanje.

**Problem 11.5 Metoda minimuma sume kvadrata odstupanja** i proračun parametara pretpostavljene funkcionalne zavisnosti.

**Rešenje:**

Neka je  $X_t$  vrednost pretpostavljene funkcije u  $t$ , a  $X_t^0$  vrednost ulaznog podatka za isto  $t$  ("merenje"). Ustvari, imamo parove  $(X_t, t)$  i  $(X_t^0, t)$  koje želimo da uporedimo. Funkcija bi savršeno aproksimirala ("fitovala") ulazne podatke kada bi  $(X_t = X_t^0)$  za svako  $t$ , ali to je teško postići. Do najbolje aproksimacije se dolazi tako što se prvo formira suma kvadrata greške

$$e = \sum_{t=1}^N (X_t - X_t^0)^2$$

i zatraži da koeficijenti funkcije  $X_t = f(t)$  budu takvi, da  $e$  bude minimalno. Zašto *kvadrat greške*, a ne samo greška (pozitivne i negativne greške bi se potrlje) ili zašto ne apsolutna vrednost, ili četvrti stepen greške već kvadrat (povećava se složenost računanja izvoda), poznata su pitanja i odgovori na njih, u vezi sa *metodom minimuma sume kvadrata odstupanja*. Minimum se dobija direktnim izjednačavanjem parcijalnih izvoda sume po svim opservacijama u *vremenskom "prozoru"* od  $N$  podataka ( $t=1, \dots, N$ ) kvadrata odstupanja, po nepoznatim koeficijentima, sa nulom.

$$\min_{a,b,c} \{e(a,b,c)\} = \min_{a,b,c} \left\{ \sum_{t=1}^N (X_t - X_t^0)^2 \right\}$$

$$\frac{de}{da} = 0, \quad \frac{de}{db} = 0, \quad \frac{de}{dc} = 0$$

Tako se dobija onoliko jednačina, koliko ima nepoznatih koeficijenata. Za linearni sistem jednačina primenjuje se *direktan (neiterativni) postupak rešavanja*, na primer *Cramer-ova pravila ili Gauss-ov postupak eliminacije*.

*Srednja kvadratna greška (standardna devijacija)* je mera za procenu kvaliteta aproksimacije.



$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (X_t - X_t^0)^2}{N}} = \sqrt{\frac{e}{N}}$$

Srednja kvadratna greška ima dimenziju prognozirane veličine (MW ili GWh) i ne korespondira sa “budućnošću”, već je isključivo mera dobre aproksimacije, znači, iz ostvarenog u prošlosti. Da li je aproksimacija dobra, zaključuje se iz odnosa (reda veličine) srednje kvadratne greške i (reda veličine) ulaznih podataka.

**Problem II.6** Izvesti *matematički model za aproksimaciju niza merenja* ( $t=1, \dots, N$ ) potrošene energije  $W$  (GWh) *pravom*  $a+bt$ , nepoznatih konstanti  $a$  i  $b$ . Koristiti metodu minimuma sume kvadrata odstupanja. Iz dobijenog modela formirati *tabelu za izračunavanje konstanti* i standardne devijacije.

**Rešenje:**

Energija  $W$  aproksimira se pravom  $a+bt$  uz grešku  $E$ :

$$W = a + bt + E$$

ili, pravu treba postaviti tako ( $a$  i  $b$  izračunati tako) da greška

$$E = W - (a + bt)$$

bude najmanja. Posmatrajmo sumu kvadrata odstupanja u celom nizu:

$$e = \sum_{t=1}^N E^2 = \sum_{t=1}^N [W - (a + bt)]^2$$

Konstante  $a$  i  $b$  treba da su takve da je postavljena prava tada “najbolja”, odnosno, greška  $\varepsilon$  je tada najmanja [34].

$$e(a, b) \Rightarrow \min$$

što odgovara uslovu

$$\frac{de}{da} = 0$$

$$\frac{de}{db} = 0$$

Odnosno,

$$-2 \sum_{t=1}^N (W - a - bt) = 0$$

$$-2 \sum_{t=1}^N t(W - a - bt) = 0, \quad \text{ili}$$

$$aN + b \sum_{t=1}^N t = \sum_{t=1}^N W$$

$$a \sum_{t=1}^N t + b \sum_{t=1}^N t^2 = \sum_{t=1}^N tW$$

odnosno

$$aN + bS_1 = S_2$$

$$aS_1 + bS_3 = S_4$$

Tabela treba da ima ovakav oblik

Tabela II.2

$t$	$W$	$t^2$	$tW$	$(a+bt)$	$E=W \cdot (a+bt)$	$E^2$
$(god)$	$(GWh)$	$(god)^2$	$(godGWh)$	$(GWh)$	$(GWh)$	$(GWh)^2$
$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$			$\Sigma E^2$

Problemi iz ovog poglavlja rešavaju se kroz *tabelarna izračunavanja*. Mada su dimenzije problema u ovoj knjizi uvek takve da može da se reši i ručno, važno je napomenuti da odavno postoje programi za tabelarna (*spreadsheet*) izračunavanja. Aktuelan je Excel za Windows-e [35]. U ovoj knjizi je Excel primenjivan u prognozi opterećenja (poglavlje II), u

inženjerskoj ekonomiji (poglavlje I), kod izračunavanja gubitaka (poglavlje V), u LOLP metodi (poglavlje IV), za proračun rezerve (poglavlje III), u DC proračunu tokova snaga (poglavlje V), svuda gde ima ulazno-izlaznih tabela [18,36-40].

**Problem II.7** U tabeli II.3 dati su podaci o potrošnji energije  $W$  (GWh) iz sedam uzastopnih godina. **Aproksimirati potrošnju energije pravom**  $a+bt$ . Naći prognoze za godine 10 i 15, kao i standardnu devijaciju ( $\sigma$ ). Šta je **disperzioni dijagram**?

Tabela II.3

$t(\text{god})$	1	2	3	4	5	6	7
$W(\text{GWh})$	5	9	12	18	20	29	33

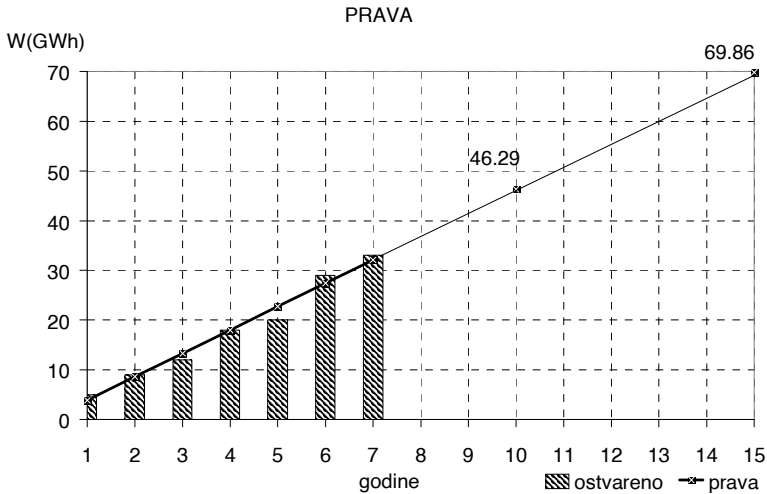
**Rešenje:**

Tabela II.4

$t$	$W$	$t^2$	$tW$	$a+bt$	$E=W-(a+bt)$	$E^2$
$(\text{god})$	$(\text{GWh})$			$(\text{GWh})$	$(\text{GWh})$	
1	5	1	5	3,85714	1,142857	1,306122
2	9	4	18	8,57143	0,428571	0,183673
3	12	9	36	13,2857	-1,28571	1,653061
4	18	16	72	18	0	0
5	20	25	100	22,7143	-2,71429	7,367347
6	29	36	174	27,4286	1,571429	2,469388
7	33	49	231	32,1429	0,857143	0,734694
10				46,28571		
15				69,85714		
$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	a	b	$\Sigma E^2$
28	126	140	636	-0,85714	4,714286	13,71429
						$\sigma(\text{GWh})$
						1,399708

Rezultati iz ove abele prikazani su na narednoj slici. Kotirane su vrednosti prognoze u desetoj i petnaestoj godini. Puniji deo prave označava prošlost, dok tanji deo ukazuje na budućnost. Stubićima su izražene ordinate "merenja", ili opservacije. Naravno, njih ima samo u prošlosti. Ovo je takozvani *disperzioni dijagram*.

Realna prognoza razvoja potrošnje zasniiva se na veoma dugim hronološkim nizovima. Akademski razlozi nalažu da problemi u ovoj knjizi budu ograničenih dimenzija.



Slika II.1

**Problem II.8** Uvidom u niz  $(t=1, \dots, N)$  opservacija (energija, vreme) pretpostavljeno je da se potrošnja električne energije  $W$  (GWh) menja po zakonu  $W = W_0(1 + p)^t$ , gde je  $p$  godišnja stopa porasta potrošnje, a  $W_0$  početna potrošnja električne energije. Izvesti matematički model za **aproksimaciju niza opservacija**  $(t=1, \dots, N)$  utrošene električne energije  $W$  **logaritamskom pravom**. Koristiti metodu minimuma sume kvadrata odstupanja. Iz dobijenog modela formirati **tabelu za izračunavanje konstanti** i standardne devijacije.

**Rešenje:**

*Logaritamska prava* nastaje iz eksponencijalne funkcije, logaritmovanjem odnosno, postupkom koji se naziva *prelazak u transformisani domen*.

Neka je

$$W = W_0(1 + p)^t$$

Logaritmovanjem se dobija

$$X = \log W = \log W_0 + t \cdot \log(1 + p) = a + bt$$

Ovo je jednačina “logaritamske” prave kojom se aproksimiraju transformisani podaci za energiju, u razdobljima  $t$ . Podaci za energiju su “transformisani” tako što su logaritmovani. Procedura je identična kao u prethodnom slučaju, za “običnu” pravu, samo ima korake logaritmovanja i antilogaritmovanja.. Znači, treba odrediti  $a$  i  $b$ .

$$X = a + bt + E$$

ili, pravu treba postaviti tako ( $a$  i  $b$  izračunati tako) da greška

$$E = X - (a + bt)$$

bude najmanja. Postavlja se kriterijum: posmatramo sumu kvadrata greške celog posmatranog niza:

$$e = \sum_{t=1}^N E^2 = \sum_{t=1}^N [X - (a + bt)]^2$$

Konstante  $a$  i  $b$  treba da budu takve da postavljena (logaritamska) prava bude “najbolja”, odnosno, greška  $\varepsilon$  će tada biti najmanja

$$e(a, b) \Rightarrow \min$$

što odgovara uslovu

$$\frac{de}{da} = 0$$

$$\frac{de}{db} = 0$$

Odnosno,

$$- 2 \sum_{t=1}^N (X - a - bt) = 0$$

$$- 2 \sum_{t=1}^N t(X - a - bt) = 0, \quad \text{ili}$$

$$aN + b \sum_{t=1}^N t = \sum_{t=1}^N X$$

$$a \sum_{t=1}^N t + b \sum_{t=1}^N t^2 = \sum_{t=1}^N tX, \quad \text{ili}$$

$$aN + bS_1 = S_2$$

$$aS_1 + bS_3 = S_4$$

Uvidom u gornji sistem linearnih jednačina, očigledno je čemu su jednake sume  $S_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ). Sistem se rešava po nepoznatim  $a$  i  $b$ , na primer, Cramer-ovim postupkom. U gornjim jednačinama  $X$  može da se zameni sa  $X_t = \log W_t$ .

Dopunske relacije su

$$a = \log W_0$$

$$b = \log(1 + p)$$

Iz prikazanih jednačina se određuju početna potrošnja električne energije i stopa rasta, pošto se iz modela odrede konstante  $a$  i  $b$ . Prema tome, postupak se svodi na običnu pravu, samo uključuje logaritmovanje ulaznih podataka za energiju. Tabela II.5 prikazuje potrebna izračunavanja.

Tabela II.5

$t$	$W$	$\log W$	$t^2$	$t \log W$	$a+bt$	$10^{a+bt}$	$e=W \cdot 10^{a+bt}$	$e^2$
$S_1$	$N$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$a$	$b$	$\sigma = \sqrt{(\sum e^2)/N}$	$\sum e^2$

**Problem II.9** Potrošnja električne energije u jednom elektroenergetskom sistemu, zabeležena u sedam uzastopnih godina, prikazana je u tabeli II.6. Potrebno je: a) **logaritamskom pravom izraziti zavisnost potrošnje električne energije u vremenu** i metodom minimuma sume kvadrata odstupanja odrediti konstante a i b; b) izračunati standardnu devijaciju; c) naći stopu porasta potrošnje p; d) prognozirati potrošnju za godinu broj 10 i godinu broj 15, pomoću već određene logaritamske prave; e) prognozirati potrošnju za godinu broj 10 i godinu broj 15 iz izraza za geometrijsku progresiju uz izračunatu stopu p; f) do poslednjeg podatka za energiju u tabeli II.6 došlo se jednom posebnom procenom i pošto doprinosi neprihvatljivo velikoj standardnoj devijaciji, treba da se zameni drugom procenom (t=7, W=55 GWh). Naći prognozu potrošnje posle ove zamene, za godinu broj 10 i godinu broj 15, koristeći logaritamsku pravu.

Tabela II.6

godina	1	2	3	4	5	6	7
W(GWh)	20	22	25	29	33	42	80

**Rešenje:**

a,b,c,d) Rešenje je dato u tabeli II.7. Razlika u prognozi d) i e) je česta u ručnim izračunavanjima i poznata je kao *greška zaokruživanja*. Sistem jednačina se rešava po konstantama a i b.

$$aN + bS_1 = S_2$$

$$aS_1 + bS_3 = S_4$$

$$a = \frac{S_2S_3 - S_1S_4}{NS_3 - S_1^2}$$

$$b = \frac{NS_4 - S_1S_2}{NS_3 - S_1^2}$$

Pošto je doprinos kvadratu greške poslednjeg ulaza u tabelu II.7 najveći ( $e^2 = 425.6131 \text{ GWh}^2$ ), naloženo je da se proba sa drugom procenom (t=7, W=55 GWh). Promena na jednom ulazu, međutim, zahteva novu tabelu u kojoj se rezultati iz tabele II.7 mogu delimično iskoristiti (ako se radi ručno).

Tabela II.7

$t$	$W$	$\log W$	$t^2$	$t \log W$	$a+bt$	$10^{a+bt}$	$e=W-10^{a+bt}$	$e^2$
	<i>GWh</i>							
1	20	1,30103	1	1,30103	1,2403341	17,39138	-2,608619	6,80489
2	22	1,342423	4	2,6848454	1,3292058	21,34056	-0,659442	0,434864
3	25	1,3979	9	4,19382	1,4180774	26,1865	1,1864994	1,407781
4	29	1,4624	16	5,849592	1,5069491	32,13284	3,1328413	9,814694
5	33	1,518514	25	7,5925697	1,5958208	39,42946	6,4294584	41,33793
6	42	1,623249	36	9,7394957	1,6846925	48,38297	6,3829667	40,74226
7	80	1,90309	49	13,32163	1,7735642	59,36961	-20,63039	425,613
$S_1$	$N$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$a$	$b$	$\sigma = \sqrt{(\sum e^2/N)}$	$\sum e^2$
28	7	10,5486	140	44,682983	1,1514624	0,088872	8,6697794	526,1555
							<i>(GWh)</i>	
$t$						$10^{a+bt}$		
10						109,693		
15						305,167		

e) Stopa rasta geometrijske progresije i početna potrošnja iznose

$$p = 10^b - 1 = 10^{0,0888717} - 1 = 0,2270766$$

$$W_0 = 10^a = 10^{1,1514624} = 14,17302 \text{ GWh}$$

Prognoza potrošnje za godinu 10 iznosi

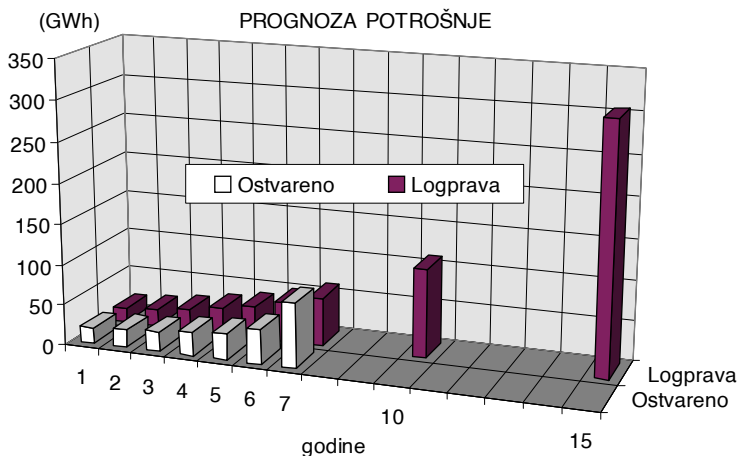
$$W_{10} = W_0(1+p)^t = 14,17302(1+0,2270766)^{10} = 109,693 \text{ GWh}$$

Prognoza potrošnje za godinu 15 iznosi

$$W_{15} = W_0(1+p)^t = 14,17302(1+0,2270766)^{15} = 305,167 \text{ GWh}$$

Na slici II.2 je dat grafički prikaz ovih rezultata.





Slika II.2

f) Prikazaćemo samo krajnje rezultate (tabela II.8).

Tabela II.8

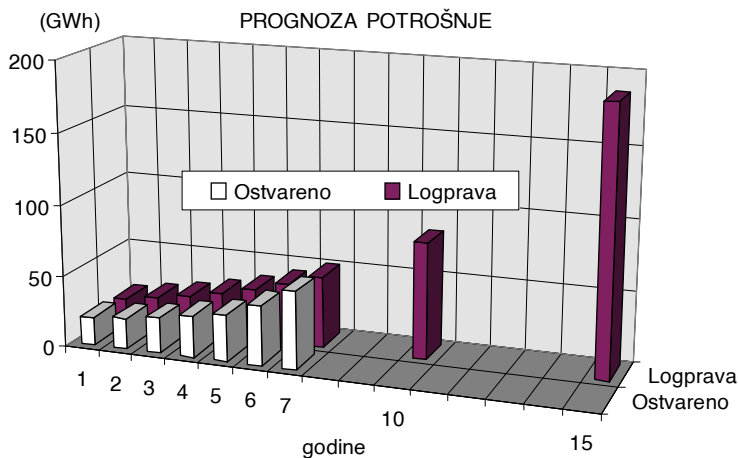
$S_1$	$N$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$a$	$b$	$\sigma = \sqrt{(\sum e^2 / N)}$	$\sum e^2$
28	7	10,38592	140	43,54389	1,197956	0,071437	2,37424	39,459
t						$10^{a+bt}$		1
10						81,71882		
15						185,9967		

Smanjili smo standardnu devijaciju sa 8,67 GWh na 2,37 GWh. Prognoze za desetu i petnaestu godinu sada iznose

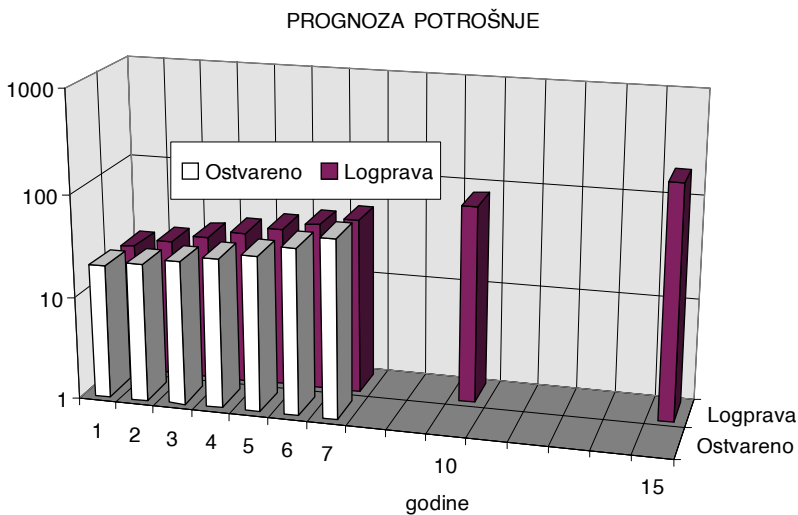
$$W_{10} = 81,719 \text{ GWh}$$

$$W_{15} = 185,997 \text{ GWh}$$

Slika II.3 daje grafički prikaz poslednjih rezultata u decimalnoj podeli osa.



Slika II.3



Slika II.4

Isti skup podataka je na slici II.4 nacrtan u *polulogaritamskoj skali* (samo je y-osa sa logaritamskom podelom). Vrhovi “stubića” u 3D projekciji na slici II.4 nalaze se na pravoj liniji. Logaritmovanjem je, prema tome, isti niz podataka transformisan u “logaritamsku” pravu. Logaritamska podela se inače koristi kada treba da se na istom dijagramu vide zajedno i male i

velike vrednosti jedne promenljive. Inače, pravi osećaj za oblik i tip krive (funkcionalne zavisnosti) dobija se tek iz koordinatnog sistema sa decimalnom podelom.

**Problem II.10** Izvesti *matematički model za aproksimaciju niza opservacija* ( $t=1, \dots, N$ ) *logaritamskom parabolom*. Koristiti metodu minimuma sume kvadrata odstupanja. Iz dobijenog modela konstruisati *tabelu za izračunavanje konstanti* i standardne devijacije.

**Rešenje:**

Ako se logaritamskoj pravoj doda i kvadratni član, dobija se mogućnost simuliranja rasta ili opadanja. Naime, ako rešenje daje  $c=0$ , opet se vraćamo na pravu. Za  $c \neq 0$ , dobijamo "zakrivljenje" naviše ( $c > 0$ ) ili naniže ( $c < 0$ ), koje daje parabola, što daje tendenciju rasta, odnosno pada.

$$X = \log W = a + bt + ct^2$$

Po analogiji sa prethodnim, formira se suma kvadrata grešaka koja je minimalna onda kada su konstante  $a$ ,  $b$  i  $c$  dobro "pogođene", odnosno

$$e = \sum_{t=1}^N E^2 = \sum_{t=1}^N \left[ X - (a + bt + ct^2) \right]^2$$

$$e(a, b, c) \Rightarrow \min$$

što odgovara uslovu

$$\frac{de}{da} = 0$$

$$\frac{de}{db} = 0$$

$$\frac{de}{dc} = 0$$

Odnosno,

$$- 2 \sum_{t=1}^N (X - a - bt - ct^2) = 0$$

$$- 2 \sum_{t=1}^N t(X - a - bt - ct^2) = 0$$

$$- 2 \sum_{t=1}^N t^2(X - a - bt - ct^2) = 0, \quad \text{ili}$$

$$aN + b \sum_{t=1}^N t + c \sum_{t=1}^N t^2 = \sum_{t=1}^N X$$

$$a \sum_{t=1}^N t + b \sum_{t=1}^N t^2 + c \sum_{t=1}^N t^3 = \sum_{t=1}^N tX$$

$$a \sum_{t=1}^N t^2 + b \sum_{t=1}^N t^3 + c \sum_{t=1}^N t^4 = \sum_{t=1}^N t^2 X$$

U gornjim jednačinama X može da se zameni sa  $X_t = \log W_t$ . Dobili smo sistem od tri linearne jednačine sa tri nepoznate, a, b i c. Gornji sistem posle uvođenja očiglednih smena, glasi:

$$aN + bS_1 + cS_2 = S_5$$

$$aS_1 + bS_2 + cS_3 = S_6$$

$$aS_2 + bS_3 + cS_4 = S_7$$

Formiraćemo ulazno-izlaznu tabelu potrebnu za unosenje ulaznih podataka i za sva izračunavanja. Ulazno-izlazna tabela je ovde podeljena na dva dela, zbog svoje veličine. Tabela II.9 služi za izračunavanje svih suma označenih sa  $S_i$  ( $i=1, \dots, 7$ ). U tabelu su upisane i brojne vrednosti za determinante (Cramer-ov postupak) i konstante a, b i c. Tabele II.9 i II.10 su ovde razdvojene zbog većeg broja kolona nego kod logaritamske prave. Razdvojeno je izračunavanje koje prethodi aproksimiranju parabole (tabela

II.9), od dela u kojem se izračunava greška (tabela II.10). Tabela II.10 ima i polje za upisivanje brojne vrednosti za standardnu devijaciju.

Tabela II.9

$t$	$t^2$	$t^3$	$t^4$	$W$	$\log W$	$t \log W$	$t^2 \log W$
(god)	(GWh)						
$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	N	$S_5$	$S_6$	$S_7$
	$\Delta$	$\Delta_a$	$\Delta_b$	$\Delta_c$	a	b	c

Tabela II.10

$t$	$a+bt+ct^2$	$10^{a+bt+ct^2}$	$e=W-10^{a+bt+ct^2}$	$e^2$
(god)	(GWh)		(GWh)	
			$\sigma = \sqrt{(\sum e^2/N)}$ (GWh)	$\sum e^2$

Stopa rasta  $p$  u ovom modelu je funkcija vremena  $t$ . Stoga se ona određuje za svaku godinu posebno. Uočimo potrošnju iz  $t$  i  $(t-1)$ , dve uzastopne godine. Stopa rasta se određuje iz sledećeg izraza

$$1 + p_t = \frac{W_t}{W_{t-1}}$$

Ovde je  $p_t$  godišnja stopa porasta potrošnje u godini  $t$  u odnosu na godinu  $(t-1)$ . Logaritmovanjem se dobija [3]:

$$\log(1 + p_t) = \log W_t - \log W_{t-1}$$

$$\log(1 + p_t) = X_t - X_{t-1}$$

$$\log(1 + p_t) = (a + bt + ct^2) - \left[ a + b(t-1) + c(t-1)^2 \right]$$

$$\log(1 + p_t) = b + c(2t - 1)$$

$$p_t = 10^{b+c(2t-1)} - 1$$

**Problem II.11** Potrošnja energije u jednom elektroenergetskom sistemu, zabeležena u sedam uzastopnih godina, prikazana je u tabeli II.11. Primenjujući metodu minimuma sume kvadrata odstupanja na aproksimaciju zadatih opservacija, treba: a) **logaritamskom parabolom izraziti zavisnost potrošnje energije u vremenu** i odrediti konstante a, b i c; b) izračunati standardnu devijaciju; c) izvršiti prognozu potrošnje za godinu broj 10 i godinu broj 15, koristeći prethodno određenu logaritamsku parabolu; d) naći godišnju stopu porasta potrošnje  $p_t$  u godini t, za t=3 i za t=6.

Tabela II.11

t	1	2	3	4	5	6	7
W (GWh)	40	50	70	80	90	100	160

**Rešenje:**

a,b) Sistem jednačina se rešava po konstantama a, b i c, po Cramer-ovom postupku.

$$aN + bS_1 + cS_2 = S_5$$

$$aS_1 + bS_2 + cS_3 = S_6$$

$$aS_2 + bS_3 + cS_4 = S_7$$

$$\Delta = NS_2S_4 + 2S_1S_2S_3 - S_2^3 - NS_3^2 - S_1^2S_4$$

$$\Delta_a = S_2S_4S_5 + S_2S_3S_6 + S_1S_3S_7 - S_2^2S_7 - S_3^2S_5 - S_1S_4S_6$$

$$\Delta_b = NS_4S_6 + S_1S_2S_7 + S_2S_3S_5 - S_2^2S_6 - S_1S_4S_5 - NS_3S_7$$

$$\Delta_c = NS_2S_7 + S_1S_3S_5 + S_1S_2S_6 - S_2^2S_5 - S_1^2S_7 - NS_3S_6$$

$$a = \Delta_a/\Delta, \quad b = \Delta_b/\Delta, \quad c = \Delta_c/\Delta$$

Tabela II.12 sadrži rezultate neophodne za proračun konstanti.

Tabela II.12

$t$	$t^2$	$t^3$	$t^4$	$W$	$\log W$	$t \log W$	$t^2 \log W$
(god)				(GWh)			
1	1	1	1	40	1,60206	1,60206	1,60206
2	4	8	16	50	1,69897	3,39794	6,79588
3	9	27	81	70	1,845098	5,5352941	16,605882
4	16	64	256	80	1,90309	7,6123599	30,44944
5	25	125	625	90	1,9542425	9,7712125	48,856063
6	36	216	1296	100	2	12	72
7	49	343	2401	160	2,20412	15,42884	108,00188
$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$N$	$S_5$	$S_6$	$S_7$
28	140	784	4676	7	13,207581	55,347706	284,3112
$\Delta$	$\Delta_a$	$\Delta_b$	$\Delta_c$		$a$	$b$	$c$
16464	25191,6	1448,050	4,022		1,5301021	0,0879525	0,0002443

Tabela II.13

$t$	$a+bt+ct^2$	$10^{a+bt+ct^2}$	$e=W-10^{a+bt+ct^2}$	$e^2$
(god)		(GWh)		
1	1,6182988	41,523962	1,5239617	2,3224591
2	1,706984	50,931216	0,9312157	0,8671626
3	1,7961578	62,539994	-7,460006	55,651692
4	1,8858202	76,8812	-3,1188	9,7269108
5	1,975971	94,6174	4,6173996	21,320379
6	2,0666104	116,57633	16,576333	274,77482
7	2,1577383	143,79318	-16,20682	262,66086
			$\sigma = \sqrt{(\sum e^2/N)}$	$\sum e^2$
			9,4666654	627,32428
10	2,4340532	271,67722	(GWh)	
15	2,9043487	802,32199		

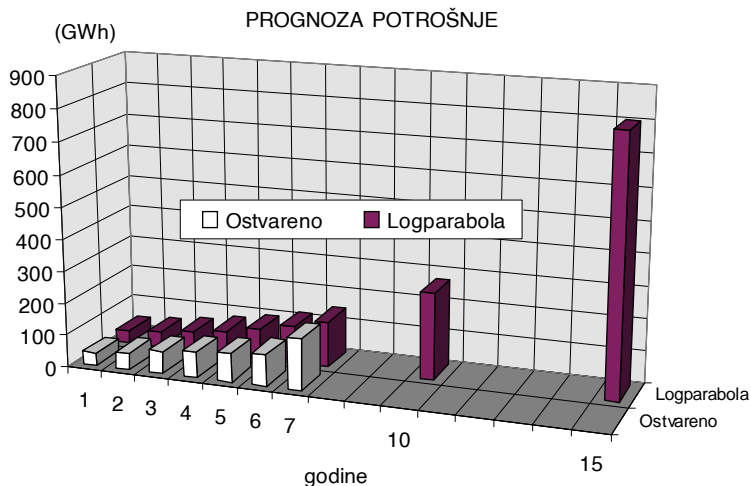
Tabela II.13 sadrži rezultate dobijene aproksimacijom podataka logaritamskom parabolom, grešku  $e$  aproksimacije energije  $W$ , kao i kvadrat

greške  $e^2$ . U donjem delu iste tabele nalaze se rezultati prognoze logaritamskom parabolom za godine 10 i 15 od početka posmatranja. U ovom svom delu, logaritamska parabola se koristi za prognozu buduće potrošnje električne energije. U tabeli II.13 nalazi se i podatak o izračunatoj standardnoj devijaciji  $\sigma$ .

c) Prognoza potrošnje za godinu broj 10 i godinu broj 15 (tabela II.13) daje

$$W_{10} = 271,7 \text{ GWh}$$

$$W_{15} = 802,3 \text{ GWh}$$



Slika II.5

d) Godišnja stopa porasta potrošnje  $p_t$  u godini  $t$ , za  $t=3$  i za  $t=6$

$$p_t = 10^{b+c(2t-1)} - 1$$

$$p_3 = 10^{0,0879525+0,0002443(6-1)} - 1$$

$$p_3 = 0,227931$$

$$p_3 = 22,79 \%$$



$$p_6 = 10^{0,0879525+0,0002443(12-1)} - 1$$

$$p_3 = 0,23208$$

$$p_3 = 23,21 \%$$

**Problem II.12** Kako se obavlja *prognoza potrošnje električne energije na način zavisne (korelacione) metodologije*? Šta je *korelaciona jednačina*? Šta je *koeficijent korelacije*?

**Rešenje:**

*Zavisne (korelacione) metode* prognoziraju razvoj jedne električne veličine (potrošnje energije, na primer) na osnovu razvoja skupa neelektričnih i električnih veličina u budućnosti. Potrebne su brojne, obimne baze podataka. Pored potrošnje električne energije (GWh), treba imati i hronološke nizove svih veličina za koje se pretpostavlja da mogu da utiču na posmatranu, električnu veličinu. Na potrošnju električne energije dominantno utiču makroekonomske promenljive (neelektrične i električne varijable) kao što su bruto nacionalni dohodak, nivo industrijske proizvodnje, cena električne energije, broj stanovnika, nivo investicionih ulaganja, itd. Pre određivanja nepoznatih parametara prognostičkog modela potrebno je odrediti funkcionalne zavisnosti neelektričnih i električnih varijabli od vremena. Za ovo aproksimiranje koristi se metoda minimuma sume kvadrata odstupanja. Potom se odrede i nepoznati parametri (najčešće linearne) zavisnosti potrošnje električne energije od izabranih neelektričnih i električnih varijabli, što je postavljanje *korelacione jednačine*. I za ovo aproksimiranje koristi se metoda minimuma sume kvadrata odstupanja. *Koeficijent korelacije*, indikator intenziteta korelacije (zavisnosti) između varijabli, se *a posteriori* izračunava da bi se potvrdila ili relativizovala povezanost potrošnje električne energije sa izabranim neelektričnim i električnim varijablama. Postoji deterministički i probablistički pristup [32].

**Problem II.13** Navesti *primer za linearnu korelaciju dve veličine*.

**Rešenje:**

*Linearna korelacija* između dve promenljive veličine je najosnovnija vrsta korelacije. Poznato je da postoji jaka povezanost bruto nacionalnog dohotka (BND) i potrošnje energije. Električna energija učestvuje delom u ukupnoj potrošnji energije u jednoj zemlji. Primećeno je da potrošnju jedne vrste energije može da istisne potrošnja druge vrste, što zavisi od cene energije kao i od drugih okolnosti, ali da je ukupna potrošnja energije uopšte veoma osetljiva uglavnom na bruto nacionalni dohodak i obrnuto. Pošto je bruto nacionalni dohodak veličina koja se statistički pomno prati (i prognozira), moguće je dobiti prognozu potrošnje energije iz prognoze bruto nacionalnog dohotka. *Korelaciona jednačina* koja služi za estimaciju jedne promenljive (potrošnja energije) iz druge (BND) je najčešće jednačina prave (korelaciona linija ili korelaciona prava).

**Problem II.14** Dve veličine,  $y$  (potrošnja energije) i  $x$  (BND) date su preko svojih hronoloških nizova  $(x,t)$  i  $(y,t)$ . Pretpostavlja se da postoji **korelacija pravom**  $y = a + bx$ . Izvesti izraz za **koeficijent korelacije** dve veličine,  $x$  i  $y$ . Navesti **kriterijum korelacije**.

**Rešenje:**

Razmotrimo slučaj u kojem se očekuje da je potrošnja energije  $y$  u korelaciji sa BND označenim sa  $x$ . Neka su  $(x,y)$  "merjenja" u koordinatnom sistemu  $(x,y)$  i neka ih ima  $N$ . Pretpostavljamo da prava  $y = a + bx$  može uspešno da aproksimira ove opservacije. Metoda minimuma sume kvadrata odstupanja odrediće nam konstante  $a$  i  $b$ , na poznati način. *Koeficijent korelacije* odrediće jačinu povezanosti veličina  $x$  i  $y$ . *Srednje vrednosti* niza  $x$  i niza  $y$  su  $\bar{x}$  i  $\bar{y}$  respektivno i iznose

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}$$

Novi koordinatni sistem (X,Y) bi mogao da se konstruiše za crtanje novog disperzionog dijagrama. Nove koordinatne pozicije “merenja” bi bile

$$X_i = x_i - \bar{x}, \quad Y_i = y_i - \bar{y}$$

Novi koordinatni sistem (X,Y) postavljen je “usred” podataka (x,y).

Koeficijent korelacije je standardizovana srednja vrednost ukupne sume proizvoda  $x_i$  i  $y_i$ .

Varijansa (srednja vrednost sume proizvoda) iznosi

$$\frac{S}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i Y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Pošto se jedinice promenljivih razlikuju od jedna od druge, promenljive se “standardizuju”, odnosno dele svojim standardnim devijacijama  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$ .

$$r = \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y}$$

gde je

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}$$

Posle zamene dobija se

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N \sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}$$

Koeficijent korelacije je

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N X_i Y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^N X_i^2 \sum_{i=1}^N Y_i^2}}$$

*Kriterijum korelacije* koji usvajamo, glasi: što je koeficijent korelacije po apsolutnoj vrednosti bliži jedinici, čvršća je zavisnost i povezanost dva procesa. Kriterijum korelacije se primenjuje naknadno, pošto je već pretpostavljena i određena korelaciona jednačina. Ako kriterijum korelacije nije ispunjen, odbacujemo i pretpostavku o postojanju korelacije dve veličine. Po ovim osobinama prognostičke metode zapažamo elemente njene *heurističke prirode*, pošto se do korelacione veze može da dođe samo pretpostavljanjem oblika veze, *generisanjem* rešenja i *testiranjem* rešenja na kriterijum korelacije (*heuristika= generisanje "rešenja" + testiranje*) [41]. Međutim, čak ni "jaka korelacija" izražena tako što je koeficijent korelacije blizak (po modulu) jedinici, ne mora da znači da između dveju veličina postoji kauzalna veza (možda se radi o pukoj koincidenciji). Tabelarna izračunavanja (generisanje tabela) karakteristika su i ove metode [34].

**Problem II.15** U tabeli II.14 prikazani su podaci o bruto nacionalnom dohotku (BND) jedne države u NJ (novčana jedinica=milijarde u domaćoj valuti), (promenljiva  $x$ ) i ukupnoj potrošnji energije  $W$ , (promenljiva  $y$ ), u GWh, u periodu od pet uzastopnih godina. a) Ako se pretpostavi da važi zakonitost promene veličina  $x$  i  $y$  sa vremenom  $t$ , tako da je  $x=a_x+b_x t$ , odnosno,  $y=a_y+b_y t$ , odrediti  $a_x$ ,  $b_x$ ,  $a_y$ , i  $b_y$ , koristeći metodu minimuma sume kvadrata odstupanja. b) Pod pretpostavkom da veličine **bruto nacionalnog dohotka i ukupne potrošnje energije koreliraju po zakonitosti korelacione prave**,  $y=a+bx$ , naći koeficijente  $a$  i  $b$ , koristeći metodu minimuma sume kvadrata odstupanja. c) Odrediti parove veličina  $x$  i  $y$  za godine 10 i 15:  $(x_{10}, y_{10})$  i  $(x_{15}, y_{15})$ , koristeći modele određene u tački a. Zamenom u model određen tačkom b, pod pretpostavkom da je  $(x_{10}, x_{15})$  tačno određeno, naći  $(y_{10}, y_{15})$ . d) Izračunati standardnu devijaciju  $\sigma_x$ , i  $\sigma_y$ , kao i koeficijent korelacije  $r$  između veličina  $x$  i  $y$ .

Tabela II.14

Godina	1	2	3	4	5
x: BND (NJ)	16	18	22	25	30
y: W (GWh)	10	12	13	15	18

**Rešenje:**

a) Prave  $x=a_x+b_x t$ , i  $y=a_y+b_y t$ , odnosno koeficijente pravih  $a_x$ ,  $b_x$ ,  $a_y$ , i  $b_y$ , ćemo odrediti iz poznatog, tabelarnog postupka. Rezultati su prikazani u narednoj tabeli.

Tabela II.15

godina	t	y	t <sup>2</sup>	ty	t	x	t <sup>2</sup>	tx
1	1	10	1	10	1	16	1	16
2	2	12	4	24	2	18	4	36
3	3	13	9	39	3	22	9	66
4	4	15	16	60	4	25	16	100
5	5	18	25	90	5	30	25	150
N = 5	S <sub>1</sub> =15	S <sub>2</sub> =68	S <sub>3</sub> =55	S <sub>4</sub> =223	S <sub>1</sub> =15	S <sub>2</sub> =111	S <sub>3</sub> =55	S <sub>4</sub> =368

$$a_x = \frac{S_2 S_3 - S_1 S_4}{N S_3 - S_1^2} = 11,7$$

$$b_x = \frac{N S_4 - S_1 S_2}{N S_3 - S_1^2} = 3,5$$

$$a_y = \frac{S_2 S_3 - S_1 S_4}{N S_3 - S_1^2} = 7,9$$

$$b_y = \frac{N S_4 - S_1 S_2}{N S_3 - S_1^2} = 1,9$$

b) Da bismo postavili *korelacionu pravu*  $y=a+bx$  (*korelaciona jednačina*), odnosno, našli konstante a i b, treba da postavimo sledeću ulazno-izlaznu tabelu.

Tabela II.16

$t$	$x$	$y$	$x^2$	$xy$	$a + bx$	$\varepsilon$	$\varepsilon^2$
1	16	10	256	160	10,2516	0,251603	0,063304
2	18	12	324	216	11,33173	-0,66827	0,446584
3	22	13	484	286	13,49199	0,491987	0,242051
4	25	15	625	375	15,11218	0,112179	0,012584
5	30	18	900	540	17,8125	-0,1875	0,035156
N=5 S <sub>1</sub> =111 S <sub>2</sub> =68 S <sub>3</sub> =2582 S <sub>4</sub> =1577						Σ=	0,799679

$$a = \frac{S_2 S_3 - S_1 S_4}{N S_3 - S_1^2} = 1,610577$$

$$b = \frac{N S_4 - S_1 S_2}{N S_3 - S_1^2} = 0,540064$$

Korelaciona jednačina glasi:

$$y = 1,610577 + 0,540064 x$$

Standardna devijacija iznosi

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{t=1}^5 \varepsilon^2} = \sqrt{\frac{0,799679}{5}} = 0,39992 \text{ GWh}$$

c) S obzirom na već određene prave (NJ)=f(t) i (GWh)=f(t) određene u a),

$$x = 11,7 + 3,5 t$$

$$y = 7,9 + 1,9 t$$

dobijamo sledeće prognoze za 10 godinu

$$x_{10} = 11,7 + 3,5 \cdot 10 = 46,7 \text{ NJ}$$

$$y_{10} = 7,9 + 1,9 \cdot 10 = 26,9 \text{ GWh}$$

$$x_{15} = 11,7 + 3,5 \cdot 15 = 64,2 \text{ NJ}$$

$$y_{15} = 7,9 + 1,9 \cdot 15 = 36,4 \text{ GWh}$$

Iz korelacione jednačine

$$y = 1,610577 + 0,540064 x$$

dobijamo

$$y_{10} = 1,610577 + 0,540064 x_{10}$$

$$y_{10} = 1,610577 + 0,540064 \cdot 46,7 = 26,83 \text{ GWh}$$

$$y_{15} = 1,610577 + 0,540064 x_{15}$$

$$y_{15} = 1,610577 + 0,540064 \cdot 64,2 = 36,28 \text{ GWh}$$

d) Srednje vrednosti veličina x i y nalaze se iz tabele II.16.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{t=1}^5 x_t}{N} = \frac{111}{5} = 22,2 \text{ NJ}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^5 y_t}{N} = \frac{68}{5} = 13,6 \text{ GWh}$$

Tabela II.17

<i>godina</i>	$X = x - \bar{x}$	$Y = y - \bar{y}$	$X \cdot Y$	$X^2$	$Y^2$
1	-6,2	-3,6	22,32	38,44	12,96
2	-4,2	-1,6	6,72	17,64	2,56
3	0,2	-0,6	0,12	0,04	0,36
4	2,8	1,4	3,92	47,84	1,96
5	7,8	4,4	34,32	60,84	19,36
N=5			67,4	124,8	37,2

Standardne devijacije iznose

$$\sigma_x = \sqrt{(1/5) \sum_{t=1}^5 (x_t - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{124,8}{5}} = 4,996 \text{ NJ}$$

$$\sigma_y = \sqrt{(1/5) \sum_{t=1}^5 (y_t - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{37,2}{5}} = 2,728 \text{ GWh}$$

Koeficijent korelacije iznosi

$$r = \frac{\sum_{t=1}^5 X_t Y_t}{\sqrt{\sum_{t=1}^5 X_t^2 \sum_{t=1}^5 Y_t^2}} = \frac{67,4}{\sqrt{124,8 \cdot 37,2}} = 0,989$$

*Koeficijent korelacije je ovde blizu jedan i korelacija je dobro izražena.*

Kada bi iz nekih autonomnih, alternativnih prognostičkih izvora bio poznat podatak za x (BND), iz korelacione jednačine koju smo odredili mogli bismo, na primer, da prognoziramo potrošnju energije y.

*Koeficijent korelacije* može da bude između -1 i 1. Znak koeficijenta korelacije ukazuje da li rastom x promenljiva y opada (r negativno) ili raste (r pozitivno).

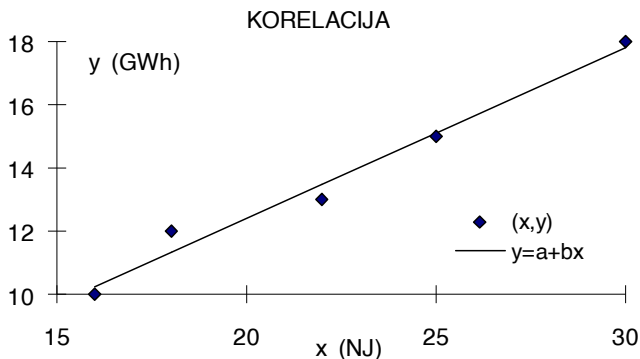
*Obično se uzima da postoji izražena korelacija*, ako je apsolutna vrednost koeficijenta korelacije r blizu jedan (između BND i potrošnje, na primer). Međutim, ne postoji čvrsto pravilo kako da se tumači neka vrednost koeficijenta korelacije, već to zavisi od konkretnog istraživanja [42].

*Opšte pravilo* glasi: ako je  $\text{abs}(r) > 0,7$ , kaže se da postoji *jaka korelacija* između posmatranih promenljivih. Ako je  $0,5 < \text{abs}(r) < 0,7$ , kaže se da podaci ukazuju da između posmatranih promenljivih *postoji korelacija*. Za  $\text{abs}(r) < 0,4$  kaže se da podaci *ne ukazuju na međusobnu korelisanost* posmatranih promenljivih.



Međutim, jaka korelacija između dve posmatrane stohastičke veličine ne mora nužno da znači da između njih i postoji uzročno-posledična veza. Zbog toga se mora biti obazriv u korišćenju korelacione prave i koeficijenta korelacije [42].

Na slici II.6 prikazana je *korelaciona prava* sa podacima iz postavke ovog problema.



Slika II.6

Slika II.6 prikazuje rezultate iz tabele II.16, za koeficijent korelacije  $r=0,989$ , što je po konvenciji izraz dobre korelacije.

Primećujemo malu *disperziju* ("rasturanje" od prave linije) tačaka  $(x,y)$ . Tačke su jako grupisane u okolini korelacione linije  $y=a+bx$ .

Što je  $\text{abs}(r)$  manje od jedinice, disperzija je veća.

### III Planiranje izvora

**Problem III.1 Procenat rezerve, metoda gubitka najvećeg generatora i metoda očekivanog gubitka opterećenja** su tradicionalne metode u planiranju generatorskih izvora u elektroenergetskom sistemu [9]. Dati definicije ovih metoda.

**Rešenje:**

Kada se *planira proizvodnja izvora* prirodno se nameće pitanje koliko snage izvora treba da bi se zadovoljila potrošnja? *Rezerva* u ukupnoj snazi svih generatora koji podmiruju ("pokrivaju") potrošnju u elektroenergetskom sistemu je uobičajena *mera za ocenu adekvatnosti* snabdevanja potrošnje od strane izvora. Metoda procenta rezerve, metoda gubitka najvećeg generatora i metoda očekivanog gubitka opterećenja su najviše u primeni u planiranju razvoja izvora u elektroenergetskom sistemu.

1. *Metoda procenta rezerve* je za izračunavanje najjednostavnija. Ova metoda je osetljiva na samo dva faktora u istom trenutku. Zasniva se na definiciji *procenta generatorske rezerve*  $R(\%)$ :

$$R(\%) = \frac{P_{rg} - P_M}{P_M} 100$$

Ovde je:  $P_{rg}$  (MW) ukupna raspoloživa snaga izvora u sistemu u vreme maksimalnog opterećenja,  $P_M$  (MW) maksimalno opterećenje sistema u datom periodu. Ukupna *raspoloživa snaga sistema* je uvek manja od sume maksimalnih snaga elektrana zbog pregleda, popravki (remonta) i kvarova (ispada). Kod hidroelektrana može da bude manja još i zbog nižih dotoka i stanja akumulacije.

*Kriterijum:* Potrošnja u jednoj godini je zadovoljena, ili generisanje je adekvatno onda kada je procenat generatorske rezerve jednak *kriterijumskom procentu generatorske rezerve*, ili veći od njega. Kriterijumski procenat generatorske rezerve je broj unapred definisan, obično od 15 do 25%. Kriterijumski procenat se određuje na osnovu proteklog iskustva u radu sistema i *procene adekvatnog zadovoljavanja potrošnje* u prošlosti (tolerantan broj ispada i snaga ispada, tolerantan uvoz iz drugih sistema). Mane ove metode su neosetljivost na veličinu generatorskih jedinica,

intenzitete otkaza (pouzdanost) generatora, kao i na različitost oblika dijagrama potrošnje, pošto sve to ova metoda ne modeluje.

2. *Metoda gubitka najvećeg generatora* je malo prefinjenija od prethodne, s obzirom da odražava efekat *veličine generatorskih jedinica* na zahteve za rezervom.

*Kriterijum:* Potrošnja u jednoj godini je zadovoljena, ili snaga izvora je adekvatno određena onda, kada je procenat generatorske rezerve jednak instalisanoj snazi najveće jedinice u sistemu (koja je podeljena maksimalnom snagom opterećenja) uvećanoj za unapred utvrđeni procenat.

Na primer, ako je unapred utvrđeno 10%, plus najveća jedinica, i ta najveća jedinica je 250MW u sistemu sa maksimalnim opterećenjem od 2500MW, tada se rezerva izračunava ovako:  $10\% + (250/2500)100\% = 20\%$ . Već ovakav prilaz prepoznaje *efekat jednostrukog ispada*, odnosno, gubitak najvećeg generatora u sistemu. Iako jednostavna, ova metoda ima prednosti nad prethodnom. Posle dodavanja većih generatora, *procenat rezerve* sistema se implicitno povećava, kao što bi i trebalo.

3. *Metoda očekivanog gubitka opterećenja (LOLP=Loss of Load Probability Method)* je probabilistički pristup problemu adekvatnosti planiranog generisanja. Potrošnja predstavljena kao uređeni dijagram trajanja opterećenja kombinuje se sa verovatnoćom simultanih ispada generatora, da bi se dobilo *matematičko očekivanje gubitka opterećenja*. Ova metoda će biti detaljnije obrađena u knjizi.

*Kriterijum:* Potrošnja u jednoj godini je zadovoljena, ili generisanje je adekvatno onda kada je *matematičko očekivanje gubitka opterećenja* jednako kriterijumskom broju, *kriterijumskom matematičkom očekivanju gubitka opterećenja*, ili manje od njega.

Nedostaci LOLP metode su u nedostatku informacije o veličini i trajanju ispada određene snage (svi ispadi se "utope" u jedan zajednički pokazatelj za ceo sistem). Ipak, ovo je najprihvaćenija metoda u elektroprivredi [43].

Sve tri metode, metoda procenta rezerve, metoda gubitka najvećeg generatora i metoda očekivanog gubitka opterećenja (LOLP) na *heuristički način* određuju razvoj izvora sistema, odnosno koliko snage generatora treba dodati da bi se pratio porast opterećenja sistema. Kao što je rečeno, *heuristička* je svaka metoda koja ima sledeće dve osobine: *generisanje* potencijalnih rešenja i *pretraživanje* potencijalnih rešenja radi selekcije

jednog ili više rešenja, s obzirom na kriterijum. *Statička sigurnost elektroenergetskog sistema*, koja je u najbližoj vezi sa pojmom rezerve, do danas nema boljeg rešenja od heurističkog [41,44].

**Problem III.2** U jednom elektroenergetskom sistemu vodeći kriterijum za planiranje razvoja generatorskih kapaciteta je **metoda procenta rezerve**. U početnoj godini sistem ima raspoloživu instalisanu snagu od 12000MW i maksimalno godišnje opterećenje od 10000MW. Tabela III.1 prikazuje početak prve godine (kolona 3) u razvoju maksimuma snage potrošnje (kolona 6) i instalisane snage generatora (kolona 5) u tom elektroenergetskom sistemu. Kolone 7 i 8 služe za izračunavanje rezerve sistema u (MW) i u (%), respektivno. Potrošnja raste po godišnjoj stopi  $p(\%)$ , (kolona 2) i pripisuje se početku svake godine. **Kada** nastupi godina u kojoj rezerva padne ispod kriterijumskog procenta rezerve, u (%), (kolona 1), **treba uvesti novu generatorsku jedinicu** instalisane snage, u (MW), (kolona 4). Planiranje treba da se završi sa godinom 10. Naći: a) godine u kojima treba uvesti nove jedinice od 400 MW prema kriterijumu procenta rezerve; b) godine u kojima treba uvesti nove jedinice od 700MW prema kriterijumu procenta rezerve; c) ako je kamatna stopa  $i=2\%$ , cena instalisane snage manjih jedinica 0,5NJ/MW a većih 0,3NJ/MW, izračunati troškove obe varijante i naznačiti jevtiniju. Primeniti metodu aktualizovanja novčanih vrednosti na početak prve godine.

Tabela III.1

1	2	3	4	5	6	7	8
krit%rez (%)	p (%)	godina (god)	gen. (MW)	instal. (MW)	maks.o (MW)	rez. (MW)	%rez. (%)
12	4.5	1	400	12000	10000	2000	20

**Rešenje:**

Primenićemo sledeći postupak (tabela III.2):

1. generisanje potencijalnog rešenja (kolona 5)
2. provera: da li je zadati kriterijum (kolona 1) ispunjen (kolona 8)
3. ako jeste, ide se na sledeću godinu, maksimalno opterećenje (kolona 6) raste  $(1+p)$ -puta, idi na 2
4. ako nije, ostaje ista godina, idi na 1.

Kolona 5 za potencijalno rešenje instalisane snage generatora ima opciju dodavanja jedne nove generatorske jedinice zadate snage na postojeću instalisanu snagu sistema (tabela III.2). Tabele i grafika su u Excel-u.

Tabela III.2

1	2	3	4	5	6	7	8
<i>krit%rez</i> (%)	<i>p</i> (%)	<i>godina</i> (god)	<i>jed.</i> (MW)	<i>instal.</i> (MW)	<i>maks.</i> (MW)	<i>rez.</i> (MW)	<i>%rez.</i> (%)
12	4,5	1		12000	10000	2000	20
		2		12000	10450	1550	14,83254
		3		12000	10920,25	1079,75	9,887594
		3	400	12400	10920,25	1479,75	13,55051
		4		12400	11411,66	988,3388	8,660779
		4	400	12800	11411,66	1388,339	12,16597
		5		12800	11925,19	874,814	7,335852
		5	400	13200	11925,19	1274,814	10,6901
		5	400	13600	11925,19	1674,814	14,04434
		6		13600	12461,82	1138,181	9,133342
		6	400	14000	12461,82	1538,181	12,34315
		7		14000	13022,6	977,3988	7,505403
		7	400	14400	13022,6	1377,399	10,57699
		7	400	14800	13022,6	1777,399	13,64857
		8		14800	13608,62	1191,382	8,754612
		8	400	15200	13608,62	1591,382	11,69393
		8	400	15600	13608,62	1991,382	14,63324
		9		15600	14221,01	1378,994	9,69688
		9	400	16000	14221,01	1778,994	12,50962
		10		16000	14860,95	1139,049	7,664708
		10	400	16400	14860,95	1539,049	10,35633
		10	400	16800	14860,95	1939,049	13,04794

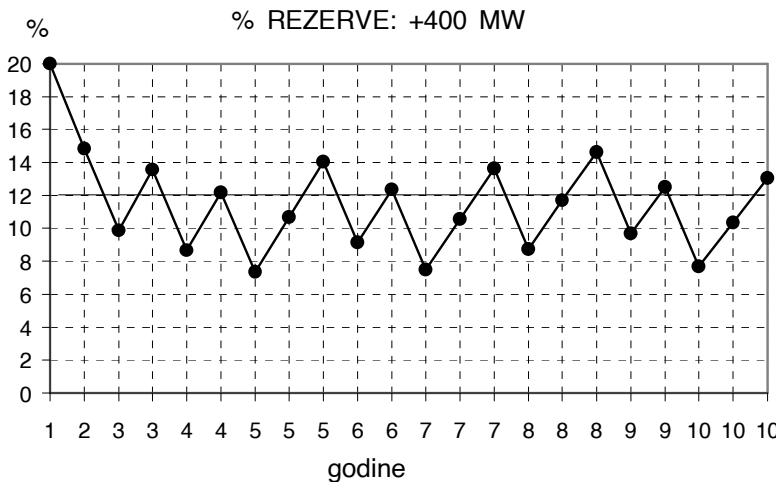
Dodato je ukupno  $12 \times 400 = 4800$  MW.

Tabela III.2 prikazuje kada treba da se uvedu nove jedinice, prema postupku sa početka primera.

Posmatrajmo sada slučaj jedinica od 700MW.

Dinamika uvođenja novih jedinica prikazana je u tabeli III.3.

Slika III.1 prikazuje promenu procenta rezerve dodavanjem jedinica 400MW

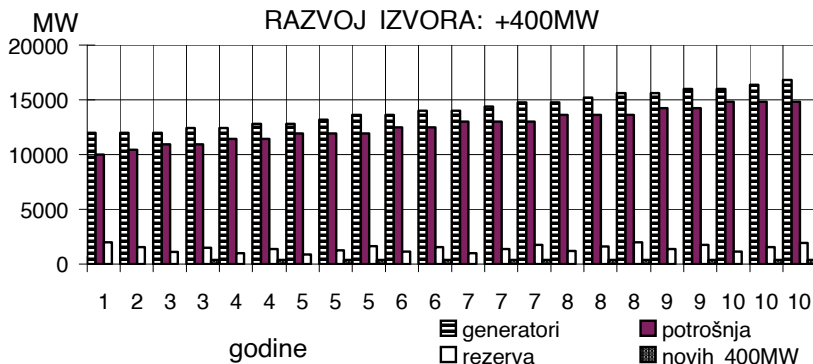


Slika III.1

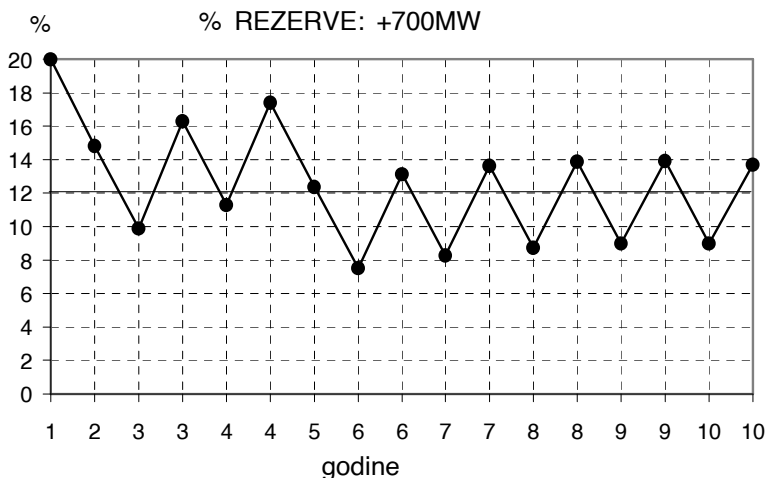
Tabela III.3

1	2	3	4	5	6	7	8
krit% rez (%)	p(%) (%)	godina (god)	jed(MW) (MW)	inst(MW) (MW)	maks.(MW) (MW)	rez(MW) (MW)	% rez (%)
12	4,5	1		12000	10000	2000	20
		2		12000	10450	1550	14,83254
		3		12000	10920,25	1079,75	9,887594
		3	700	12700	10920,25	1779,75	16,2977
		4		12700	11411,66	1288,339	11,28967
		4	700	13400	11411,66	1988,339	17,42374
		5		13400	11925,19	1474,814	12,36722
		6		13400	12461,82	938,1806	7,52844
		6	700	14100	12461,82	1638,181	13,1456
		7		14100	13022,6	1077,399	8,273299
		7	700	14800	13022,6	1777,399	13,64857
		8		14800	13608,62	1191,382	8,754612
		8	700	15500	13608,62	1891,382	13,89841
		9		15500	14221,01	1278,994	8,993695
		9	700	16200	14221,01	1978,994	13,91599
		10		16200	14860,95	1339,049	9,010517
		10	700	16900	14860,95	2039,049	13,72085

Zapazimo, sada je potrebno  $7 \times 700 = 4900 \text{ MW}$ .



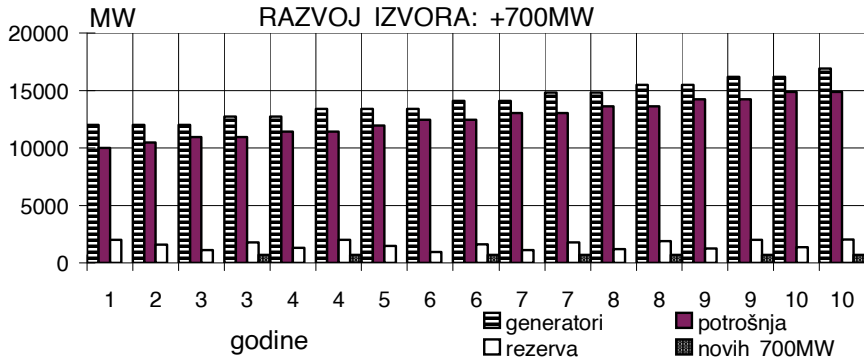
Slika III.2



Slika III.3

Aktualizovani troškovi varijante u kojoj se računa samo sa jedinicama 400MW po ceni od 0.5NJ/MW, dobijaju se svođenjem investicionih troškova na početak prve od deset godina planiranja razvoja sistema. Označimo ih sa  $C_{400MW}$ . U tabeli III.4 prikazane su pojedinačne, aktualizovane (sadašnje) vrednosti ovih troškova i njihov ukupan iznos. Tabela III.5 daje rezultate postupka primenjenog na jedinice od 700MW.

$$C_{400\text{MW}} = 0.5 \cdot 400 \left[ \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \frac{2}{(1+i)^4} + \frac{1}{(1+i)^5} + \frac{2}{(1+i)^6} + \frac{2}{(1+i)^7} + \frac{1}{(1+i)^8} + \frac{2}{(1+i)^9} \right]$$



Slika III.4

Tabelia III.4 daje sadašnje vrednosti troškova za varijantu +400MW i njihov ukupan iznos.

Tabela III.4

<i>godina</i>	<i>aktualizovana cena (NJ)</i>	<i>godina</i>	<i>aktualizovana cena (NJ)</i>	<i>aktualizovana cena (NJ)</i>
3	192,2338	7	177,5943	
4	188,4645	8	174,112	
5	184,7691	8	174,112	
5	184,7691	9	170,6981	
6	181,1462	10	170,6981	<i>ukupno</i>
7	177,5943	10	170,6981	2140,195

Sa  $C_{700\text{MW}}$  označimo ukupne aktualizovane troškove varijante sa jedinicama od po 700MW, po ceni od 0.3NJ/MW.

$$C_{700\text{MW}} = 0,3 \cdot 700 \left[ \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \frac{1}{(1+i)^5} + \right]$$



$$\left. + \frac{1}{(1+i)^6} + \frac{1}{(1+i)^7} + \frac{1}{(1+i)^8} + \frac{1}{(1+i)^9} \right]$$

Tabela III.5 donosi pojedinačne, sadašnje vrednosti troškova za varijantu +700MW i njihov ukupan iznos.

Tabela III.5

<i>godina</i>	<i>aktualizovana cena (NJ)</i>	<i>godina</i>	<i>aktualizovana cena (NJ)</i>	<i>aktualizovana cena (NJ)</i>
3	201,8454	8	182,8176	
4	197,8877	9	179,233	
6	190,2035	10	175,7186	<i>ukupno</i>
7	186,474			1314,18

Poređenjem ukupnih novčanih iznosa iz tabela III.4 i III.5, dolazi se do zaključka da treba usvojiti varijantu u kojoj se generisanje sistema razvija tako što se na postojeće generisanje dodaju jedinice od 700MW, s obzirom na nižu cenu. Dinamika kojom se jedinice 700MW uvode, prikazana je u tabeli III.3. Nove jedinice se uvode na početku svake godine. Za početak godine vezan je i priraštaj opterećenja.

**Problem III.4** U planiranju razvoja izvora veoma je važno kolika će da bude nominalna snaga generatora koji se dodaje postojećoj snazi izvora. Tradicionalno se u elektroenergetskim sistemima rezerva određuje po metodi gubitka najvećeg generatora [34]. Kriterijum je modifikovan tako da **rezervu** čine **dva** ista, najveća **generatora u sistemu**. Jedan "pokriva" neplanirane ispađe generatora, a drugi planirane neraspoloživosti (remonte). Posmatrajmo razvoj sistema iz godine k u godinu k+1. Poznata je prognoza maksimalnog opterećenja  $P_M^{k+1}$  i maksimalno opterećenje  $P_M^k$ . Faktor veličine generatorske jedinice a je konstantan i definisan je kao

$$a = \frac{P_n^{k+1}}{P_M^{k+1}} = \frac{P_n^k}{P_M^k} = \frac{P_n^{k-1}}{P_M^{k-1}}$$

Ovde su  $P_n^{k-1}$ ,  $P_n^k$ ,  $P_n^{k+1}$ , nominalne snage generatora u **intervalima planiranja** (k-1), k i (k+1) za prvi sledeći interval. Pitanje je kolika je

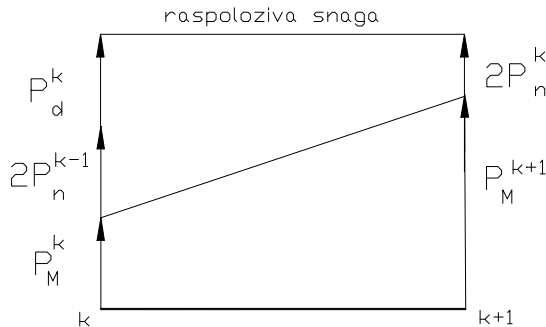
**dopunska snaga izvora**  $P_d^k$  koju treba planirati za dodavanje u intervalu  $k$  da bi se u  $(k+1)$  zadovoljila prognozirana maksimalna snaga potrošača, uz zadovoljenje kriterijuma rezerve, odnosno, koliko jedinica  $i$  koje nominalne snage,  $s$  obzirom na jednakost

$$P_d^k = n^k \times P_n^k$$

gde je  $n^k$  broj istih generatora koji se dodaju u  $k$ ? Poznato je da je **stopa porasta potrošnje  $p$  konstantna**, odnosno, maksimalna snaga potrošnje po intervalima čini geometrijsku progresiju.

$$q = 1 + p = \frac{P_M^{k+1}}{P_M^k} = \frac{P_M^k}{P_M^{k-1}}$$

Slika III.5 prikazuje razvoj generisanja sistema u dva uzastopna intervala vremena.



Slika III.5 [34]

U kakvom kontekstu se javlja **pitanje izbora nominalne snage jedinice generatora u razvoju izvora?**

**Rešenje:**

Sa slike III.5

$$P_d^k = (P_M^{k+1} + 2P_n^k) - (P_M^k + 2P_n^{k-1}) = n^k \times P_n^k$$

$P_d^k$  je snaga generisanja dodata u intervalu  $k$ , koja će omogućiti da se u intervalu  $(k+1)$  zadovolji prognozirana *maksimalna snaga potrošnje* uz zadovoljenje *kriterijuma rezerve*. Dodatna snaga generisanja sadržana je u  $n^k$  istih jedinica generatora nominalne snage  $P_n^k$ .

Problem za sebe predstavlja *nagodba (=tradeoff)* između  $n^k$  i  $P_n^k$ , kada se  $P_d^k$  već odredi. Drugim rečima, postavlja se pitanje *izbora nominalne snage jedinice generatora u razvoju generisanja*. Ovo važno pitanje će biti posebno obrađeno.

Faktor veličine generatorske jedinice  $a$  je konstantan

$$a = \frac{P_n^{k+1}}{P_M^{k+1}} = \frac{P_n^k}{P_M^k} = \frac{P_n^{k-1}}{P_M^{k-1}}$$

Iz ovako definisanog faktora  $a$  i sa slike III.5 vidi se da se ovde generatori za rezervu za interval  $(k+1)$  biraju na osnovu maksimalnog opterećenja iz intervala  $k$  i da su ti generatori iz grupe onih istih generatora koji čine dodatnu snagu generisanja  $P_d^k$ .

$$P_d^k = (P_M^{k+1} - P_M^k) + 2(P_n^k - P_n^{k-1})$$

$$P_d^k = (P_M^{k+1} - P_M^k) + 2a(P_M^k - P_M^{k-1})$$

$$P_d^k = P_M^k \left[ \left( \frac{P_M^{k+1}}{P_M^k} - 1 \right) + 2a \left( 1 - \frac{P_M^{k-1}}{P_M^k} \right) \right]$$

Pošto znamo da je porast opterećenja konstantan, zamenimo ga u izraz

$$q = 1 + p = \frac{P_M^{k+1}}{P_M^k} = \frac{P_M^k}{P_M^{k-1}}$$

$$P_d^k = P_M^k \left[ \left( \frac{P_M^{k+1}}{P_M^k} - 1 \right) + 2a \left( 1 - \frac{P_M^k}{P_M^{k+1}} \right) \right]$$

$$P_d^k = P_M^k \left[ (q - 1) + 2a \left( 1 - \frac{1}{q} \right) \right]$$

$$P_d^k = n^k \times P_n^k = P_M^k (q - 1) \left( 1 + \frac{2a}{q} \right)$$

Dodatna snaga generisanja  $P_d^k$  može da se izrazi i kao procenat maksimalne snage opterećenja  $P_M^k$ .

$$P_d^k = P_M^k p \left[ 1 + \frac{2a}{(1 + p)} \right]$$

Ako se traži  $n^k$  onda imamo

$$n^k = \frac{1}{a} p \left[ 1 + \frac{2a}{(1 + p)} \right]$$

Broj generatorskih jedinica koje treba dodati zavisi od faktora veličine dodatne generatorske jedinice  $a$ , kao i od stope porasta potrošnje  $p$ .

$$n^k = p \left[ \frac{1}{a} + \frac{2}{(1 + p)} \right]$$

Kada bismo, međutim, fiksirali  $n^k$  a tražili  $P_n^k$ , dobili bismo

$$P_n^k = \frac{P_M^k}{n^k} p \left[ 1 + \frac{2a}{(1 + p)} \right]$$

*Specifična cena generatorske jedinice (NJ/kW) ili jedinični investicioni trošak generatorske jedinice opada za sve tipove agregata sa porastom nominalne snage (MW) generatorske jedinice [33,34]. To čini veće jedinice relativno jeftinijim i privlačnijim za ugradnju. S druge strane, troškovi ugradnje (konstrukcioni troškovi) rastu sa porastom nominalne snage jedinice, što čini*

manje jedinice *relativno* jeftinijim i privlačnijim za ugradnju. Prema tome, postoji neka *optimalna ili ekonomična veličina* generatorske jedinice karakteristična za svaki sistem u nekom trenutku razvoja [34].

Postoji empirijska relacija između *cene generatorske jedinice*  $C$  (NJ/gen), faktora veličine generatorske jedinice  $a$  i *cene referentne generatorske jedinice*  $C_r$  (NJ/gen)

$$C = cP_n = C_r a^\alpha = C_r \left( \frac{P_n}{P_M} \right)^\alpha$$

Ovde je  $c$  (NJ/kW) specifična cena generatorske jedinice istog tipa, dok je  $\alpha$  empirijski faktor,  $\alpha \in [0,7; \dots; 0,95]$  i raste sa porastom snage generatorske jedinice. *Referentni generator* (fiktivni) služi za poređenje i omogućava da se uvedu relativni odnosi (procenti). Cena referentne generatorske jedinice  $C_r$  (NJ/gen) data je preko specifične cene generatorske jedinice  $c_r$  (NJ/kW) i nominalne snage referentne jedinice  $P_{nr}$  (MW).

$$C_r = c_r P_{nr}$$

Pošto gornja empirijska jednačina treba da važi i za referentnu jedinicu, onda bi moralo da bude ispunjeno i

$$C_r = C_r a^\alpha = C_r \left( \frac{P_{nr}}{P_M} \right)^\alpha = C_r \left( \frac{P_v}{P_M} \right)^\alpha = C_r$$

odnosno, nominalna snaga referentne jedinice jednaka je maksimalnom opterećenju sistema (!). Napomenuli smo da je referentna jedinica fiktivna. Međutim, ako cenu generatorske jedinice podelimo cenom referentne, dobijamo

$$\frac{C}{C_r} = \frac{cP_n}{c_r P_{nr}} = a^\alpha = \left( \frac{P_n}{P_M} \right)^\alpha$$

Označimo relativnu cenu generatorske jedinice (%/gen)

$$C_{\%} = \frac{C}{C_r} \times 100$$

kao i relativnu specifičnu cenu generatorske jedinice (%/kW)

$$c_{\%} = \frac{c}{c_r} \times 100$$

Iz gornjih relacija sledi da se relativna cena generatorske jedinice (%/gen) menja kao

$$C_{\%} = a^{\alpha} \times 100$$

dok se relativna specifična cena generatorske jedinice (%/kW) menja kao

$$c_{\%} = a^{-1+\alpha} \times 100$$

Relativna investicija I (%) za ugradnju  $n^k$  generatora po ceni  $C_{\%}$  (%/gen) iznosi

$$I_{\%} = n^k \times C_{\%}$$

**Problem III.5 Specifična cena generatora** duplo manje snage je 20 % veća od **specifične cene referentnog generatora** standardne veličine, istog tipa. Ova dva generatora su alternativna rešenja za problem uvođenja dodatnih generatorskih jedinica u godini k, da bi se odgovorilo zahtevima prognoziranog maksimalnog opterećenja sistema u godini (k+1), uz rezervu od dva generatora istog tipa, kao što su oni koji su dodati u godini k. **Izračunati faktor  $\alpha$ .**

**Rešenje:**

Posmatrajmo relaciju između cene generatorske jedinice C (NJ/gen), cene referentnog generatora  $C_r$  i faktora veličine generatorske jedinice a

$$\frac{C}{C_r} = \frac{c P_n}{c_r P_{nr}} = a^{\alpha} = \left(\frac{P_n}{P_{nr}}\right)^{\alpha}$$

Duplo manji generator je 20 % skuplji od referentnog, ili

$$\frac{1,2 c_r 0,5 P_{nr}}{c_r P_{nr}} = \left( \frac{0,5 P_{nr}}{P_{nr}} \right)^\alpha$$

$$0,6 = (0,5)^\alpha$$

$$\alpha = \frac{\log 0,6}{\log 0,5} = 0,74$$

Poređenje je moguće i između bilo koje dve jedinice istog tipa, po relaciji

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{c_1 P_{n1}}{c_2 P_{n2}} = \frac{C_r a_1^\alpha}{C_r a_2^\alpha} = \left( \frac{P_{n1}}{P_{n2}} \right)^\alpha$$

**Problem III.6** Konstruisati *dijagram relativne cene generatorske jedinice (%/gen)* i *relativne specifične cene generatora (%/kW)* ako se faktor veličine generatorske jedinice  $a$  menja od 0,01 do 0,5, dok je faktor  $\alpha=0,74$ .

**Rešenje:**

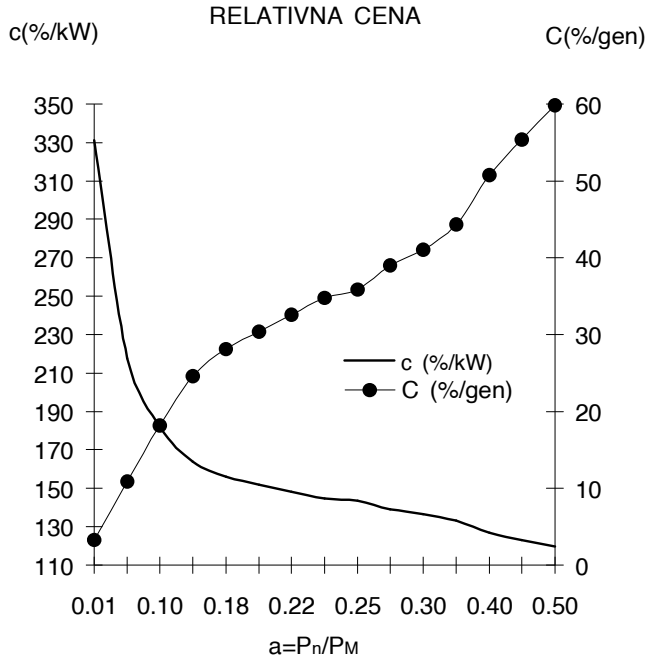
Relativna cena generatorske jedinice (%/gen) se menja kao

$$C_{\%} = a^\alpha \times 100$$

Relativna specifična cena generatorske jedinice (%/kW) menja se kao

$$c_{\%} = a^{-1+\alpha} \times 100$$

Slika III.6 prikazuje na istom dijagramu relativnu cenu generatorske jedinice (%/gen) i relativnu specifičnu cenu generatora (%/kW) od faktora veličine generatorske jedinice  $a$ .



Slika III.6

**Problem III.7** Izračunati vrednosti **procenta dodatne snage generisanja**  $P_d^k$  **od maksimalne snage opterećenja**  $P_V^k$ , **broj dodatnih generatora** za ugradnju  $n^k$ , **cenu generatora**  $C$  (%/gen), **cenu investicija**  $l_0$  (%), **za stope porasta potrošnje**  $p$  od a) 15%, b) 50%, c) 75% i d) 100%, **u funkciji faktora veličine generatorske jedinice**  $a \in [1/10, 1/5, 1/4, 1/3, 1/2]$ , za  $\alpha=0,74$ . Označiti minimalne vrednosti ukupnih investicija.

**Rešenje:**

Maksimalno opterećenje potrošača sistema iz dva uzastopna intervala i stopa rasta  $p$  vezani su na sledeći način

$$q = 1 + p = \frac{P_M^{k+1}}{P_M^k}$$



Količnik dodatne snage generisanja  $P_d^k$  i maksimalnog opterećenja  $P_M^k$

$$\frac{P_d^k}{P_M^k} = p \left[ 1 + \frac{2a}{(1+p)} \right]$$

Broj dodatnih generatorskih jedinica je

$$n^k = p \left[ \frac{1}{a} + \frac{2}{(1+p)} \right]$$

Investiciona cena jednog generatora  $C_{\%}$  (%/gen) iznosi

$$C_{\%} = a^{\alpha} \times 100$$

Relativna investicija  $l_{\%}$  (%) za  $n^k$  generatora po ceni  $C_{\%}$  (%/gen) iznosi

$$l_{\%} = n^k \times C_{\%}$$

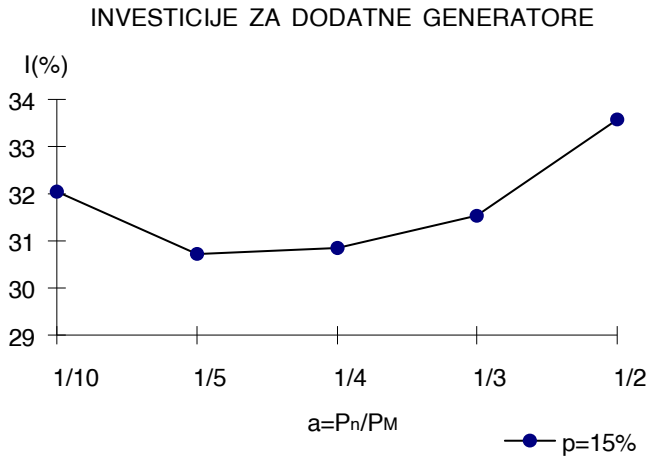
Faktor veličine generatorske jedinice  $a$

$$a = \frac{P_n^k}{P_M^k}$$

a) Za  $p=15\%$  rezultati proračuna prikazani su u tabeli III.6 i na slici III.7

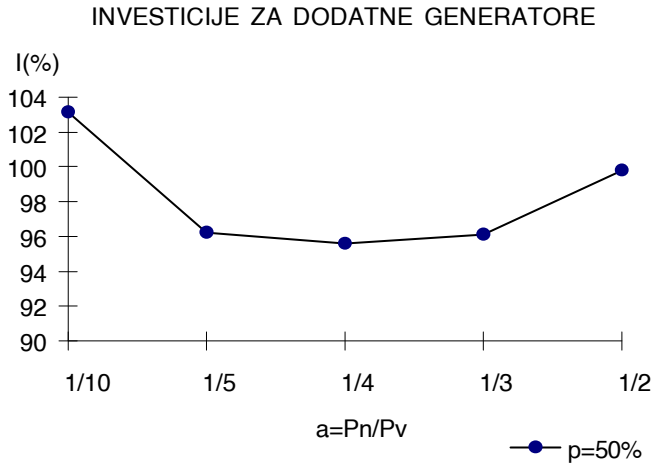
Tabela III.6

$a$	$p$ (%)	$\alpha$	$P_d^k/P_M^k$	$n$	$C_{\%}$ (%)	$l_{\%}$ (%)
1/10	15	0,74	0,176087	1,76087	18,197	32,04256
1/5			0,202174	1,01087	30,3922	30,72255
1/4			0,215217	0,86087	35,8489	30,86121
1/3			0,236957	0,71087	44,3537	31,52973
1/2			0,280435	0,56087	59,8739	33,58147



Slika III.7

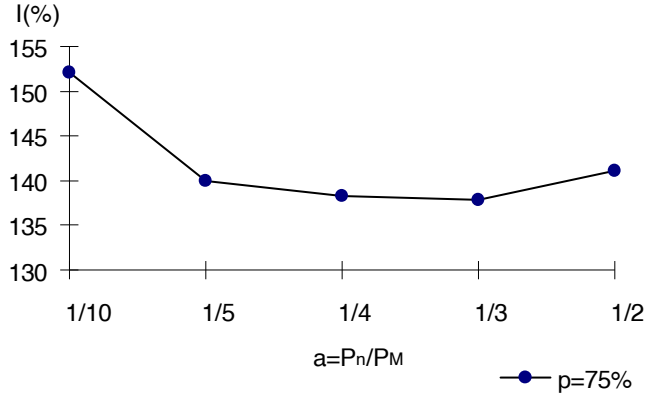
Za godišnje povećanje maksimalne snage opterećenja od 15%, ekonomična veličina generatora iznosi oko 20% maksimalne snage u vreme nabavke (interval  $k$ ).



Slika III.8

Za godišnje povećanje maksimalne snage opterećenja od 50%, ekonomična veličina generatora iznosi oko 25% maksimalne snage u vreme nabavke (interval  $k$ ).

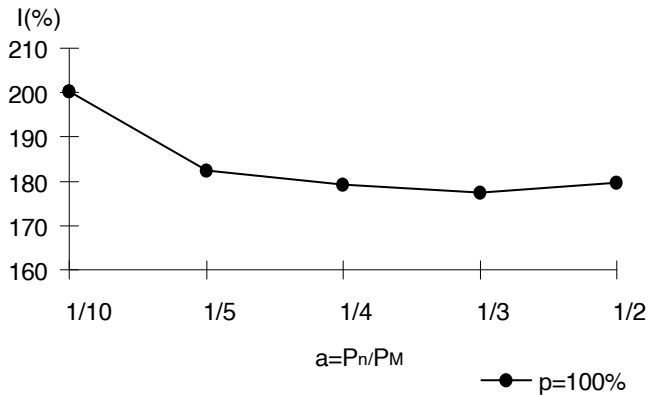
### INVESTICIJE ZA DODATNE GENERATORE



Slika III.9

Za godišnje povećanje maksimalne snage opterećenja od 75%, ekonomična veličina generatora iznosi oko 30% maksimalne snage u vreme nabavke (interval k).

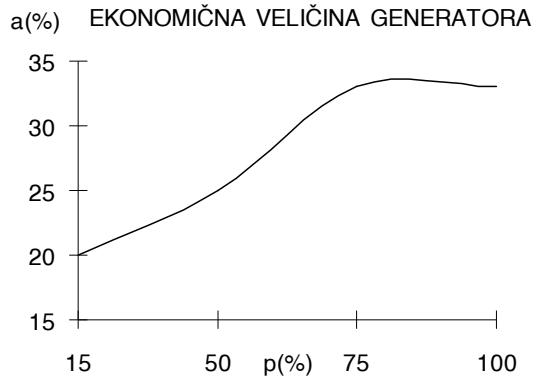
### INVESTICIJE ZA DODATNE GENERATORE



Slika III.10

Za godišnje povećanje maksimalne snage opterećenja od 100%, ekonomična veličina generatora iznosi oko 30% maksimalne snage u vreme nabavke (interval k). Slika III.11 prikazuje zavisnost ekonomične veličine

generatora, izražene u procentima maksimalne snage opterećenja, od stope rasta maksimalne snage opterećenja sistema.



Slika III.11

Izbor nominalne snage dodatnog generatora važan je ne samo sa ekonomskog stanovišta, već i sa gledišta pouzdanosti, o čemu će posebno biti reči u problemima rešavanim u vezi sa LOLP metodom. Zemlje sa malim elektroenergetskim sistemima imaju tendenciju da svoj sistem razvijaju uvodeći generatore relativno velike u poređenju sa maksimalnom snagom opterećenja sistema. Time se prekoračuje interval planiranja i izlazi iz okvira metode koja je razmatrana u prethodnim problemima. Međutim, ovde se radi ne samo o nepotrebnom, preteranom investiranju, već i o narušavanju kriterijuma pouzdanosti [34]. Malo statistike za SR Jugoslaviju iz 1997 godine, dato je u odgovoru na problem III.8.

**Problem III.8** Polaznu osnovu za svako planiranje razvoja izvora predstavlja uvid u postojeće stanje elektroenergetskog sistema. Koliko iznose **raspoloživi proizvodni elektroenergetski kapaciteti elektroenergetskog sistema SR Jugoslavije?** Dati njihovu strukturu. Koliko ima hidroagregata, a koliko termoagregata? Kolika je snaga najveće termoelektrane, a koliko najveće hidroelektrane? Kolike su najveće nominalne snage na pragu agregata u našem elektroenergetskom sistemu i gde se jedinice nalaze? Kolika je bila ukupna potrošnja energije u SRJ u 1997. godini? Kakva je prosečna starost hidroelektrana i termoelektrana u SRJ [45]?

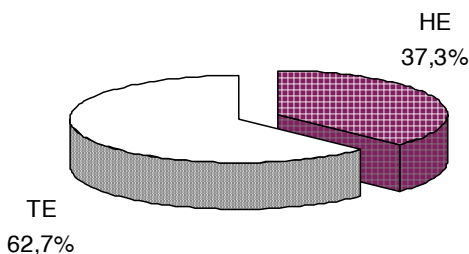
### Rešenje:

Raspoloživi proizvodni elektroenergetski kapaciteti elektroenergetskog sistema SR Jugoslavije dati su u tabeli III.7 i na slici III.12.

Tabela III.7

Struktura	(MW)	(%)
HE	3453	37,3
TE	5799	62,7
Ukupno	9252	100

STRUKTURA IZVORA U SRJ



Slika III.12

Ukupnu snagu ostvaruje 95 hidroagregata i termoagregata, pri čemu termoblokovi kao pogonsko gorivo koriste ugalj, tečna goriva i gas (ne računajući distributivne i industrijske elektrane). U termoelektranama ima 35 agregata, a u hidroelektranama 60 agregata.

Najveća termoelektrana je TE "Nikola Tesla" čija je ukupna instalisana snaga na generatorima 2662MW. Od toga TE "Nikola Tesla A" ima 1502MW, dok TE "Nikola Tesla B" ima 1160MW.

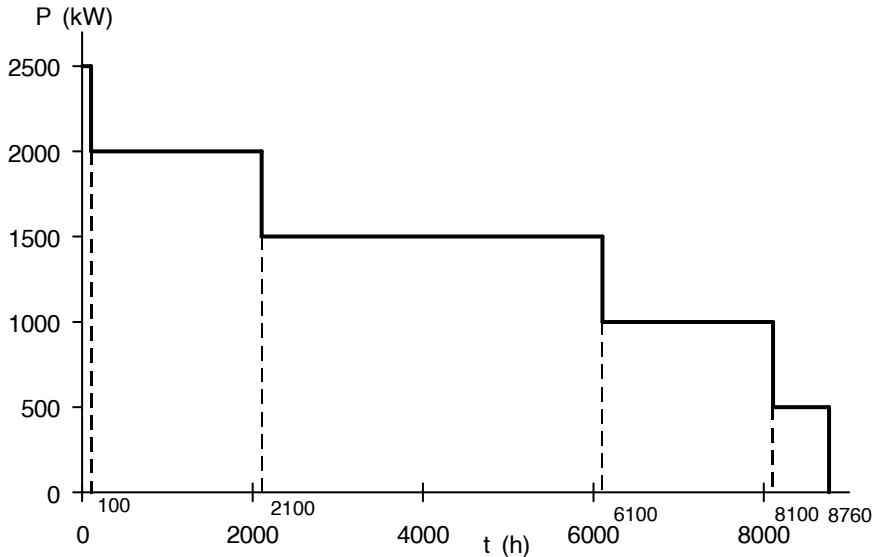
Najveća hidroelektrana je HE "Đerdap I" sa ukupnom instalisanom snagom od 1057,8MW.

Najveće nominalne snage na pragu agregata u elektranama su u TE "Nikola Tesla" 580MW, u HE "Đerdap I" 176,3MW i u RHE (reverzibilnoj HE) "Bajina Bašta" 307MW.

U 1997 godini ukupna potrošnja energije u SRJ iznosila je 38235GWh, dok su isporuke drugim sistemima iznosile 2010,6GWh. Preko 70% snage iz

hidroelektrana dobija se iz hidroelektrana koje su prosečno starije od 25 godina. Preko 55% instalisane snage termoelektrana pripada termoelektranama koje su radile više od 100000 sati na mreži

**Problem III.9 Simulacija proizvodnje elektrane.** Godišnji **dijagram trajanja opterećenja** jednog velikog industrijskog potrošača je približno konstantan u celom periodu planiranja, i prikazan je na slici III.13.



Slika III.13

Planira se izgradnja lokalne elektrane sa tri iste generatorske jedinice. Potrebno je da bude ispunjen *kriterijum procenta rezerve* od 50%. Pošto je ovaj sistem autonoman, potrebno je da i u svakom trenutku pogona postoji obrtna rezerva u iznosu koji nije manji od kriterijuma procenta rezerve od 50%. Pritom, treba voditi i računa o *ekonomičnom pogonu*. Predložene su dve varijante za izgradnju elektrane: a) termoelektrana na ugalj, sa sledećim troškovima: **specifična cena ili jedinični investicioni trošak generatorske jedinice** 310NJ/kW; **jedinični troškovi goriva** (ugalj): 0,40NJ/GJ; b) termoelektrana na dizel gorivo, sa ovim troškovima: specifična cena ili jedinični investicioni trošak generatorske jedinice 220NJ/kW; jedinični troškovi dizel goriva: 0,65NJ/GJ. U tabeli III.7 su dati podaci o **specifičnoj**

**potrošnji toplote** po neto odatoj snazi agregata. Radni vek termoelektrana je 30 godina. Ostatna vrednost termoelektrana iznosi 30% investicione vrednosti.

Lična primanja osoblja za pogon i održavanje elektrana iznose 52000NJ godišnje za termoelektranu na ugalj, a 41600NJ godišnje za termoelektranu na dizel gorivo. Troškovi materijala za održavanje iznose  $5 \cdot 10^{-4}$  NJ/kWh godišnje za termoelektranu na ugalj i  $6 \cdot 10^{-4}$  NJ/kWh godišnje za termoelektranu na dizel gorivo. Troškovi nabavke iznose po 4000NJ godišnje za obe varijante. Prihodi elektrane se ostvaruju prodajom energije. Prosečna prodajna cena električne energije je  $3 \cdot 10^{-2}$  NJ/kWh.

Ako je *minimalna, atraktivna stopa povraćaja kapitala (MARR)* jednaka 10%, odrediti po *metodi eksterne stope povraćaja kapitala (ERR)* da li su predložene varijante ekonomične, a zatim izabrati bolju varijantu.

Tabela III.8

P (kW)	TE na ugalj	TE na dizel gorivo
	Specifična potrošnja toplote (kJ/kWh)	
250	22800	19300
400	20500	15000
500	19200	13500
600	18700	12500
667	18600	12200
800	18200	11400
833	18100	11300

### Rešenje:

U ovom poglavlju smo se do sada bavili samo investicionim troškovima generatora. *Investicioni troškovi* se podnose jednom, na početku perioda eksploatacije.

Planiranje izvora zahteva i *simulaciju proizvodnje*, odnosno, određivanje *troškova eksploatacije*. *Popunjavanjem dijagrama opterećenja* proizvodnjom iz generatora određuju se eksploatacioni troškovi. Ovi *troškovi* se dele na *fiksne i varijabilne*.

*Fiksni troškovi eksploatacije* su troškovi za plate i nabavke. *Varijabilni troškovi eksploatacije* zavise od proizvodnje elektrane i to su troškovi goriva

i troškovi materijala za održavanje. S obzirom na *vrednost novca u vremenu*, potrebno je aktualizovati sve ove troškove da bi se dobila ekvivalentna vrednost svake posmatrane alternative, radi poređenja. Poređenje se sprovodi po nekoj od metoda za ekonomsku ocenu investicija. U ovom problemu, reč je o metodi eksterne stope povraćaja kapitala (ERR).

*Investicioni troškovi* se određuju pošto se odredi nominalna snaga generatora. Nominalna snaga generatora se određuje primenom *kriterijuma procenta rezerve* na maksimalnu snagu opterećenja sistema:

$$R(\%) = \frac{P_{rg} - P_M}{P_M} 100$$

$$50 = \frac{P_{rg} - P_M}{P_M} 100$$

$$P_{rg} = 1,5P_M$$

Usvojicemo tri *iste* jedinice generatora (jedna, bilo koja od  $0,5P_M$  je, dakle, rezerva). Da su sve tri različite snage, na primer,  $(0,5 + 0,3 + 0,7)P_M$ , pa ispadne ona  $0,7P_M$ , ne bi bio ispunjen zadati kriterijum, što je u suprotnosti sa uslovima zadatka. Znači, nominalna snaga *svakog* od tri generatora iznosi

$$P_{n1} = \frac{1,5 \cdot P_M}{3} = 0,5 \cdot 2500 = 1250 \text{ kW}$$

Pretpostavimo da se između *istih* generatora koji su u pogonu, opterećenje jednako deli, što je poznati *ekonomični uslov eksploatacije*.

Postavlja se pitanje *koliko generatora treba da bude u pogonu?*

Prema uslovu zadatka: "...Pošto je ovaj sistem autonoman, potrebno je da i u svakom trenutku pogona postoji obrtna rezerva u iznosu koji nije manji od kriterijuma procenta rezerve od 50%" (odnosno, od 1250 kW, s obzirom da se kriterijum procenta rezerve, odnosno sama rezerva, definiše kao razlika raspoložive, odnosno instalisane snage u odnosu na maksimalno, a ne bilo koje drugo opterećenje sistema).



Posmatrajmo deo dijagrama trajanja opterećenja za  $6100h \leq t \leq 8100h$ , snage opterećenja od 1000kW (slika III.13). Da li tih 1000kW “pokriva” 1, 2 ili 3 generatora? Odgovor je:

1. jedan, sigurno ne, pošto rezerva treba da je najmanje  $P_{n1} = 1250 \text{ kW}$ , znači tri ili dva. Možda tri već od najnižih opterećenja?
2. Tri? Linearnom interpolacijom između tačaka (250;22,8) (kW;10<sup>3</sup>kJ/kWh), (400;20,5) (kW;10<sup>3</sup>kJ/kWh), iz tabele III.8, dobijaju se u tabeli III.9 jednačine pravih za generator u svakoj od elektrana (x je specifična potrošnja toplote, y neto odata snaga) i vrednosti specifične potrošnje toplote

Tabela III.9

	<i>TE na uglj</i>	<i>TE na dizel gorivo</i>
(10 <sup>3</sup> kJ / kWh)	$x = \frac{1737 - y}{65,22}$	$x = \frac{923,26 - y}{34,884}$
za y=333,33 kW	x=21,53 (10 <sup>3</sup> kJ / kWh)	x=16,91 (10 <sup>3</sup> kJ / kWh)

Prema tome, rad sa tri generatora daje snagu od  $3 \times 333,33 = 1000 \text{ kW}$ , i rezervu od  $3 \times 1250 - 1000 = 2750 \text{ kW}$ , što je 1500kW više nego što treba (*margin*a), ali i potrošnju toplote (goriva) prikazanu u tabeli III.10.

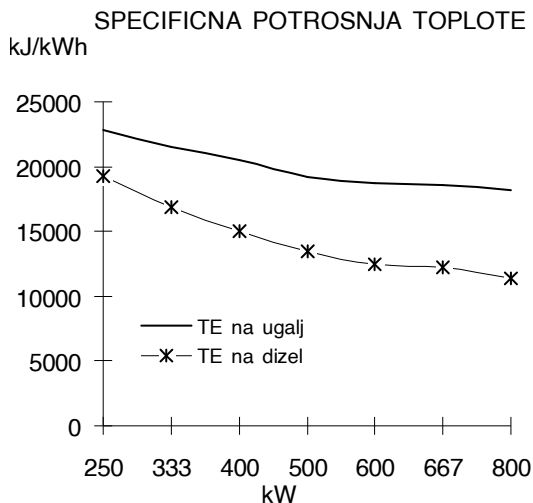
Tabela III.10

<i>TE na uglj</i>	<i>TE na dizel gorivo</i>
$3 \times 333,33 = 1000 \text{ kW}$	$3 \times 333,33 = 1000 \text{ kW}$
$1000 \text{ kW} \times 2000 \text{ h} = 2 \times 10^6 \text{ kWh}$	$1000 \text{ kW} \times 2000 \text{ h} = 2 \times 10^6 \text{ kWh}$
za x=21,53 (10 <sup>3</sup> kJ / kWh)	za x=16,91 (10 <sup>3</sup> kJ / kWh)
$2 \times 10^6 \times 21,53 \cdot 10^6 = 43,06 \cdot 10^{12} \text{ J}$	$2 \times 10^6 \times 16,91 \cdot 10^6 = 33,82 \cdot 10^{12} \text{ J}$

3. Dva? Dva generatora bi bila opterećena  $2 \times 500 \text{ kW} = 1000 \text{ kW}$ , uz rezervu od  $2 \times 1250 - 1000 = 1500 \text{ kW}$ , što je za 250kW više nego dovoljno. Tabela III.11 daje dovedenu energiju za obe varijante.

Tabela III.11

<i>TE na ugalj</i>	<i>TE na dizel gorivo</i>
2x500=1000kW	2x500=1000kW
1000kWx2000h=2x10 <sup>6</sup> kWh	1000kWx2000h=2x10 <sup>6</sup> kWh
za x=19,20 (10 <sup>3</sup> kJ / kWh)	za x=13,50 (10 <sup>3</sup> kJ / kWh)
2x10 <sup>6</sup> x19,20 10 <sup>6</sup> =38,40 10 <sup>12</sup> J	2x10 <sup>6</sup> x13,50 10 <sup>6</sup> =27,0 10 <sup>12</sup> J



Slika III.14

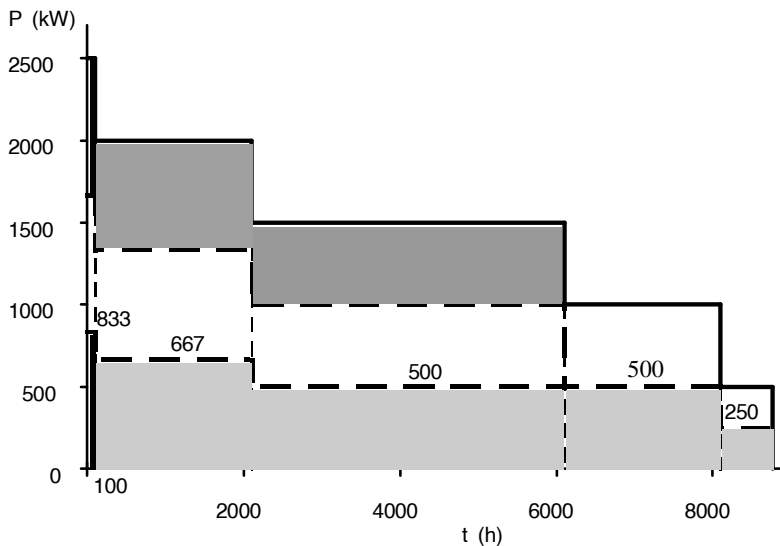
Poređenjem tabela III.10 i III.11 vidimo da je pogon 2x500kW ekonomičniji od pogona 3x333,33kW, iako je 3x333,33 "sigurniji" (što se inače ovde ne vrednuje, pošto izlazi iz okvira, za nas važećeg, kriterijuma sigurnosti). Zaključak koji se proteže na ceo opseg snaga: *kriterijum sigurnosti treba zadovoljiti sa što manjom marginom, da bi bio zadovoljen i ekonomski kriterijum.*

Dijagram specifične potrošnje toplote ili *energetska karakteristika termolektrane*, za dve alternative, prikazan na slici III.14, rekonstruisan je u Excel-u iz tabela III.8 i III.9, radi bolje vizualizacije problema.

Plan angažovanja agregata, prikazan je na slici III.15.

Godišnji utrošak energije za obe razmatrane varijante, određen je iz plana angažovanja sa slike III.15 i podataka iz tabela III.8 i III.11.

Tabela III.12 daje plan angažovanja generatorskih jedinica za termoelekttranu na uglj, kao i odatu i dovedenu energiju ove termoelektrane. Tabela III.13 daje plan angažovanja generatorskih jedinica za termoelekttranu na dizel gorivo, kao i odatu i dovedenu energiju ove termoelektrane.



Slika III.15

Za termoelekttranu na uglj i termoelekttranu na dizel gorivo imamo sledeće dve tabele. Pregled troškova za obe varijante dat je u tabeli III.14.

Tabela III.12

<i>Opterećenje potrošača</i>	<i>Časovi prema krivoj trajanja</i>	<i>Odata energija</i>	<i>Broj jedinica u pogonu</i>	<i>Opterećenje u generatorskih jedinica</i>	<i>Specifična potrošnja toplote</i>	<i>Energija goriva</i>
<i>kW</i>	<i>h</i>	<i>kWh</i>	-	<i>kW</i>	<i>kJ/kWh</i>	<i>10<sup>12</sup> J</i>
2500	100	250	3	833	18100	4,53
2000	2000	4000	3	667	18600	74,40
1500	4000	6000	3	500	19200	115,20
1000	2000	2000	2	500	19200	38,40
500	660	330	2	250	22800	7,52
$\Sigma$	8760	12580	-	-	-	240,05

Tabela III.13

<i>Opterećenje potrošača</i>	<i>Časovi prema krivoj trajanja</i>	<i>Odata energija</i>	<i>Broj jedinica u pogonu</i>	<i>Opterećenje u generatorskih jedinica</i>	<i>Specifična potrošnja toplote</i>	<i>Energija goriva</i>
<i>kW</i>	<i>h</i>	<i>kWh</i>	-	<i>kW</i>	<i>kJ/kWh</i>	<i>10<sup>12</sup> J</i>
<i>2500</i>	100	250	3	833	11300	2,83
<i>2000</i>	2000	4000	3	667	12200	48,80
<i>1500</i>	4000	6000	3	500	13500	81,00
<i>1000</i>	2000	2000	2	500	13500	27,00
<i>500</i>	660	330	2	250	19300	6,37
<i>Σ</i>	8760	12580	-	-	-	166,00

Tabela III.14

<i>Troškovi</i>	<i>TE na uglj</i>	<i>TE na dizel gorivo</i>
	<i>Investicioni troškovi (NJ)i</i>	
<i>Investicija</i>	310 3 1250=1162500	220 3 1250=825000
	<i>Troškovi eksploatacije (NJ/god)</i>	
<i>1. Goriva</i>	$0,410^{-9} 240,0510^{12}=96000$	$0,6510^{-9} 16610^{12}=108000$
<i>2. Održavanja</i>	$5 10^{-4} 12580 10^3=6290$	$6 10^{-4} 12580 10^3=7548$
<i>3. Plate</i>	52000	41600
<i>4. Nabavke</i>	4000	4000
<i>Ukupno 1 do 4</i>	158290	161148

Godišnji prihod od prodaje električne energije u obe varijante iznosi

$$R = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 12580 \cdot 10^3 = 377400 \text{ NJ /god}$$

Da podsetimo:

- Metoda eksterne stope povraćaja kapitala aktualizuje sve rashode tokom celog perioda života projekta na početak perioda po kamatnoj stopi reinvestiranja kapitala  $r = \text{MARR} = 10\%$ .
- Prihodi se svode na kraj vremenskog perioda po istoj stopi  $r$ .

- Ukupni rashodi svedu se na buduću vrednost i izjednače sa prihodima, primenom faktora akumulacije sa nepoznatom kamatnom stopom  $i$ .
- Pošto se odredi, ova stopa se naziva *eksternom stopom prinosa*, ( $i=ERR$ ).
- *Kriterijum prihvatljivosti projekta* je da ERR bude veće ili jednako MARR.

Ova procedura, za termoelektranu na ugalj daje

$$-1162500(1+i)^{30} + 0,3 \cdot 1162500 + (377400 - 158290) \frac{(1+i)^{30} - 1}{i} = 0$$

$$-1162500(1+i)^{30} + 0,3 \cdot 1162500 + 219110 \frac{(1,10)^{30} - 1}{0,10} = 0$$

$$(1+i)^{30} = \frac{36391035,31}{1162500}$$

$$i = -1 + (31,304)^{0,0333}$$

$$i = 0,12164$$

$$i = ERR = 12,164 \%$$

S obzirom da je  $ERR > MARR$ , projekat investiranja u termoelektranu na ugalj je prihvatljiviji od projekta koji vraća vlasniku kapitala novac sa kamatom MARR.

Da bi ovo bilo jasnije, zamislimo da smo potencijalni štediša, koji se odlučuje da svoj imetak poveri jednoj od dve banke, sa podjednakim rizikom ulaganja. Prva daje kamatu na štednju jednaku ERR, druga MARR. Naravno, odlučujemo se za veću kamatu.

Za termoelektranu na dizel gorivo imamo konačno

$$- 825000(1 + i)^{30} + 0,3 \cdot 825000 + (377400 - 161148) \frac{(1 + r)^{30} - 1}{r} = 0$$

$$- 825000(1 + i)^{30} + 0,3 \cdot 825000 + 216252 \frac{(1,10)^{30} - 1}{0,10} = 0$$

$$(1 + i)^{30} = \frac{35819661,39}{825000}$$

$$i = -1 + (43,418)^{0,0333}$$

$$i = 0,13394$$

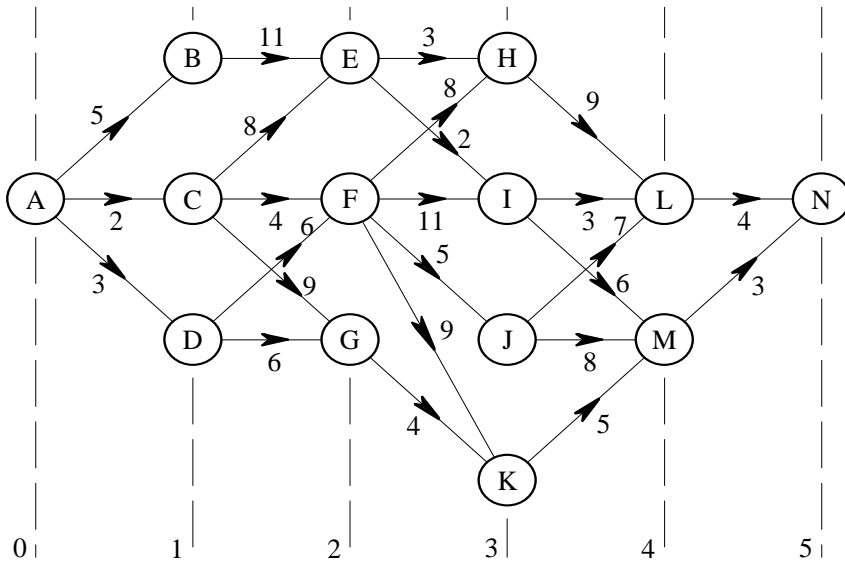
$$i = \text{ERR} = 13,394 \%$$

S pbzirom da je  $\text{ERR} > \text{MARR}$ , i ovaj projekat je prihvatljiv. Pošto termoelektrana sa pogonom na dizel gorivo daje veću eksternu stopu povraćaja kapitala od termoelektrane sa gorivom na uglj, termoelektrana na dizel gorivo je i više isplativa.

Analizu isplativosti investicija i poređenje alternativa bismo mogli da sprovedemo i po nekoj drugoj metodi za evaluaciju projekta koju smo obradili u ovoj knjizi.

Za vežbu, čitalac bi sam mogao da proveri rezultate metodom sadašnje vrednosti, ili metodom buduće vrednosti, ili metodom godišnje vrednosti, ili metodom interne stope povraćaja kapitala, ili metodom perioda otplate.

**Problem III.10** Uvod u *dinamičko programiranje*. U završnoj fazi planiranja razvoja izvora došlo se do *dijagrama prelaska* na slici III.16. U intervalima planiranja označenim od 0 do 5, čvorovi grafa (od A do N) su moguće kombinacije izvora. Grane orijentisanog grafa simbolišu prelazak iz jedne u drugu konfiguraciju izvora, uz aktualizovani trošak prelaska u (NJ), označen brojem iznad grane. Pronaći *optimalnu strategiju razvoja izvora* sistema, odnosno, takav put od čvora A do čvora N koji donosi najmanje troškove. Primeniti *tehniku potpunog prebrojavanja stanja*.



Slika III.16 [46]

**Rešenje:**

Razvoj izvora u vezi sa porastom potrošnje i potrebom održavanja rezerve u sistemu fenomenološki je obrađen u problemu III.4. Potpuni uvid u ukupne troškove jedne konfiguracije imaćemo pošto sprovedemo simulaciju proizvodnje, slično prethodnom primeru. *Simulaciji rada proizvodno-potrošačkog dela sistema* ćemo se vratiti da bismo detaljnije objasnili osnovne principe uklapanja proizvodnje iz termoelektrana i hidroelektrana u *konzumni okvir*, odnosno, u dijagram opterećenja sistema.

S obzirom na alternativna rešenja koja nastaju u intervalima planiranja (mnoga se odbacuju na osnovu iskustva) i s obzirom na faktor vrednosti novca u vremenu, pronalaženje optimalne strategije razvoja izvora, uprošćeno, sastoji se u nalaženju puta od početnog do poslednjeg intervala planiranja koji nosi najmanje troškove.

Troškovi (ovde aktualizovani na interval planiranja 0) se sastoje iz sledećih osnovnih komponenata: kapitalnih troškova (investicionih troškova umanjениh za ostatnu vrednost), eksploatacionih troškova i troškova neisporučene energije [32].

Tehnika *potpunog prebrojavanja* (=complete enumeration, [46]) jednostavna je metoda iscrpljivanja skupa svih puteva od A do N citiranjem. Njih treba samo uočiti, ispisati naziv puta i sabrati sve troškove na tom putu. Put sa najmanjim troškom je "optimalna strategija razvoja". S obzirom na raniju definiciju heuristike, primećujemo da je i ova metoda heuristička.

Označimo troškove puta sa C (NJ). Sa slike III.16 imamo

$$C_{ABEHLN} = 5 + 11 + 3 + 9 + 4 = 32 \text{ NJ}$$

$$C_{ABEILN} = 5 + 11 + 2 + 3 + 4 = 25 \text{ NJ}$$

$$C_{ABEIMN} = 5 + 11 + 2 + 6 + 3 = 27 \text{ NJ}$$

$$C_{ACEHLN} = 2 + 8 + 3 + 9 + 4 = 26 \text{ NJ}$$

$$C_{ACEILN} = 2 + 8 + 2 + 3 + 4 = 19 \text{ NJ}$$

$$C_{ACEIMN} = 2 + 8 + 2 + 6 + 3 = 21 \text{ NJ}$$

$$C_{ACFHLN} = 2 + 4 + 8 + 9 + 4 = 27 \text{ NJ}$$

$$C_{ACFILN} = 2 + 4 + 11 + 3 + 4 = 24 \text{ NJ}$$

$$C_{ACFIMN} = 2 + 4 + 11 + 6 + 3 = 26 \text{ NJ}$$

$$C_{ACFJLN} = 2 + 4 + 5 + 7 + 4 = 22 \text{ NJ}$$

$$C_{ACFJMN} = 2 + 4 + 5 + 8 + 3 = 22 \text{ NJ}$$

$$C_{ACFKMN} = 2 + 4 + 9 + 5 + 3 = 23 \text{ NJ}$$

$$C_{ACGKMN} = 2 + 9 + 4 + 5 + 3 = 23 \text{ NJ}$$

$$C_{ADFHNL} = 3 + 6 + 8 + 9 + 4 = 30 \text{ NJ}$$

$$C_{ADFILN} = 3 + 6 + 11 + 3 + 4 = 27 \text{ NJ}$$

$$C_{ADFJLN} = 3 + 6 + 5 + 7 + 4 = 24 \text{ NJ}$$

$$C_{ADFJMN} = 3 + 6 + 5 + 8 + 3 = 25 \text{ NJ}$$

$$C_{ADFKMN} = 3 + 6 + 9 + 5 + 3 = 26 \text{ NJ}$$

$$C_{ADGKMN} = 3 + 6 + 4 + 5 + 3 = 21 \text{ NJ}$$

Od 19 "generisanih" rešenja, najmanji broj nosi varijanta puta ACEILN. Troškovi razvoja generisanja po ovom putu su najmanji i iznose 19NJ.

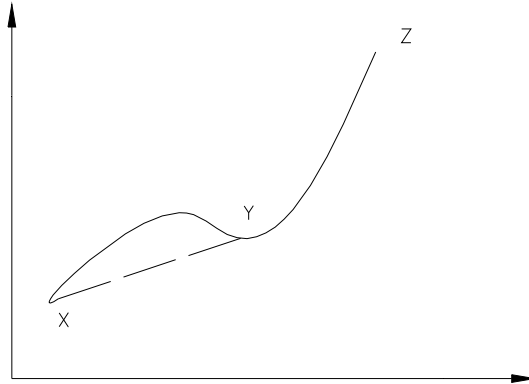
Umesto nabrojanjem, ovaj problem može da bude rešen i dinamičkim programiranjem. U osnovi dinamičkog programiranja je *Bellman-ov princip optimalnosti*.



**Problem III.11** Šta je *Bellman-ov princip optimalnosti*?

**Rešenje:**

*Bellman-ov princip optimalnosti* je ilustrovan na slici III.17.



Slika III.17 [32,47]

Pretpostavlja se da je optimalna putanja pri rešavanju nekog problema definisana punom linijom između X i Z. Ako je tačka Y na optimalnoj putanji između X i Z, tada je puna linija između X i Y optimalna putanja između X i Y. Kada to ne bi bila optimalna linija, onda bi postojala neka druga optimalna putanja između X i Y, označimo je isprekidanom linijom. Međutim, to je u suprotnosti sa pretpostavkom da je X do Z (puna linija) optimalna putanja, pošto bi tada X do Y (isprekidano) i Y do Z (puna linija) bilo na optimalnom putu.

Tako, da bi se našao optimalni put od X do Z, treba tražiti optimalni put od polazne tačke X do svake usputne tačke na putu do Z. Pošto se ovako napreduje iz prethodnog intervala planiranja ka narednom, radi se o *dinamičkom planiranju unapred* [32].

Rešićemo prethodni problem primenjujući dinamičko planiranje unapred umesto prostog prebrojavanja. Postiže se ušteda u računarskim resursima.

**Problem III.12** Rešiti problem III.9 ako se primeni **dinamičko programiranje unapred**. Svi podaci potrebni za proračun nalaze se na slici III.16.

**Rešenje:**

Svaki interval planiranja, od 0 do 5 (slika III.16) ima ne manje od jednog čvora koji predstavlja *kombinaciju izvora (konfiguraciju)*. Izračunavaju se *ukupni, aktualizovani troškovi za svaki čvor grafa*, do poslednjeg intervala planiranja. "Obradom kod čvora" (izračunavanjem troškova) sabiraju se svi troškovi do posmatranog čvora. Promenljiva  $X$  pamti naziv čvora iz prethodnog intervala planiranja iz kojeg se krenulo. Podvučena veličina (suma, naziv čvora) je ona za koju je utvrđeno da se nalazi na minimalnom putu. Kao što smo videli iz *Bellman-ovog principa optimalnosti*, jedini uslov za to je da je suma troškova *za taj interval planiranja* minimalna.

$$C_B = \min\{5\} = 5 \text{ NJ} \quad X_1 = A$$

$$C_C = \min\{2\} = 2 \text{ NJ} \quad X_1 = A$$

$$C_D = \min\{3\} = 3 \text{ NJ} \quad X_1 = A$$

$$C_E = \min\{C_B + 11, \underline{C_C + 8}\} = \min\{5 + 11, \underline{2 + 8}\} = 10 \text{ NJ} \quad \underline{X_2 = C}$$

$$C_F = \min\{C_C + 4, C_D + 6\} = \min\{2 + 4, 3 + 6\} = 6 \text{ NJ} \quad X_2 = C$$

$$C_G = \min\{C_C + 9, C_D + 6\} = \min\{2 + 9, 3 + 6\} = 9 \text{ NJ} \quad X_2 = D$$

$$C_H = \min\{C_E + 3, C_F + 8\} = \min\{10 + 3, 6 + 8\} = 13 \text{ NJ} \quad X_3 = F$$

$$C_I = \min\{\underline{C_E + 2}, C_F + 11\} = \min\{\underline{10 + 2}, 6 + 11\} = 12 \text{ NJ} \quad \underline{X_3 = E}$$

$$C_J = \min\{C_F + 5\} = \min\{6 + 5\} = 11 \text{ NJ} \quad X_3 = F$$

$$C_K = \min\{C_F + 9, C_G + 4\} = \min\{6 + 9, 9 + 4\} = 13 \text{ NJ}$$

$$X_3 = G$$

$$C_L = \min\{C_H + 9, \underline{C_I + 3}, C_J + 7\} = \min\{13 + 9, \underline{12 + 3}, 11 + 7\} = 15 \text{ NJ}$$

$$\underline{X_4 = I}$$

$$C_M = \min\{C_L + 6, C_J + 8, C_K + 5\} = \min\{15 + 6, 11 + 8, 13 + 5\} = 18 \text{ NJ}$$

$$X_4 = I$$

$$X_4 = K$$

$$C_N = \min\{\underline{C_L + 4}, C_M + 3\} = \min\{\underline{15 + 4}, 18 + 3\} = 19 \text{ NJ}$$

$$\underline{X_5 = L}$$

Pošto smo minimalne troškove od 19NJ dobili sa poslednjim korakom dinamičkog programiranja unapred, možemo, vraćajući se unazad po pokazivaču X da nađemo celokupnu *optimalnu putanju*. *Minimalni troškovi* se nalaze na putu ACEILN.

**Problem III.13** Kolika je *važnost eksploatacionih troškova* u ekonomskim proračunima potrebnih, dodatnih proizvodnih kapaciteta u dugoročnom planiranju? Da li postoji *nužnost preciznije analize preko diferencijalnih troškova potrošnje toplote*, na osnovu tačnih energetskih karakteristika termoelektrana?

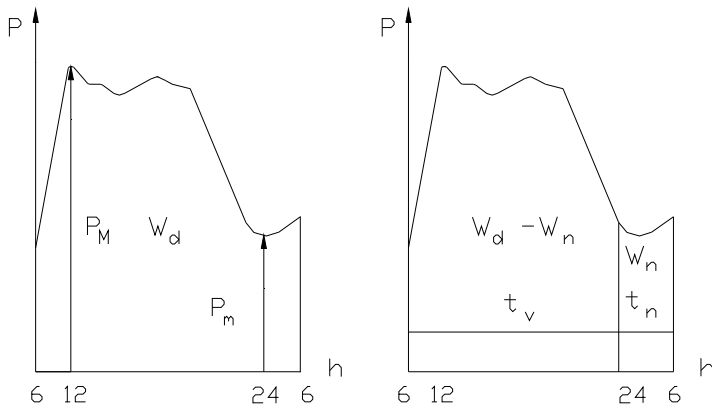
#### **Rešenje:**

U ekonomskim proračunima potrebnih dodatnih proizvodnih kapaciteta veoma je važna uloga *eksploatacionih troškova*. Ovi troškovi, na godišnjem nivou, istog su reda veličine kao i *investicioni troškovi* [32]. *Simulacija rada proizvodno-potrošačkog dela* svodi se na angažovanje izvora i popunjavanje dijagrama opterećenja potrošača tako da *proizvodni troškovi budu minimalni*. Ova simulacija može da se kombinuje sa proračunom osnovnih pokazatelja pouzdanosti proizvodno-potrošačkog dela sistema [32], što je izvan okvira ove knjige. Što se tiče pitanja da li je nužna preciznija analiza preko diferencijalnih troškova potrošnje toplote na osnovu tačnih energetskih karakteristika termoelektrana, H. Požar je napisao: "...optimalnu raspodelu

opterećenja između elektrana i raspodelu opterećenja među agregatima možemo da odredimo pomoću *specifičnih troškova* i *diferencijalnih troškova* potrošnje toplote koji su određeni na osnovu što tačnijih *energetskih karakteristika*. Takva raspodela opterećenja neophodna je za elektroenergetski sistem *koji se već nalazi u pogonu*, pa je od velikog značaja za dispečersku službu sistema i pogonsku upravu elektrana. *Za analizu budućih prilika* u elektroenergetskom sistemu *takva raspodela opterećenja između elektrana nije pogodna*, pošto se radi o prilikama u budućnosti, pa *nisu poznate tačnije energetske karakteristike* većeg broja elektrana. Osim toga, rad sa tačnim energetskim karakteristikama doveo bi do vrlo komplikovanog računa, koji bi u krajnjoj liniji onemogućio svaku analizu. Upravo zato se računa sa *srednjim specifičnim troškovima (potrošnje toplote, ili goriva),...* [48]”, odnosno, sa po jednim takvim pokazateljem u kJ/KWh, odnosno NJ/kWh po termoelektrani.

**Problem III.14** Šta je *dnevni dijagram opterećenja*, koje *su osnovne veličine dijagrama* a koje *relativne karakteristične veličine*? Kakva postoji *podela dnevnog dijagrama opterećenja*? Kako se dobija *dijagram trajanja opterećenja*?

**Rešenje:**



Slika III.18 [48]

*Dnevni dijagram opterećenja* predstavlja promene opterećenja tokom dana, a njegov oblik zavisi od strukture potrošača u elektroenergetskom sistemu. Dijagram može da nastane sabiranjem opterećenja elektrana, ili merenjem na pragu elektrana, ili na priključcima generatora, ili kod potrošača. U prvom slučaju, dijagram uključuje i *gubitke u mreži*, u drugom *gubitke u mreži i sopstvenu potrošnju elektrana*, dok u trećem sadrži samo *potrošnju koju su preuzeli potrošači*. Za analizu prilika u elektroenergetskom sistemu, najbolje je da se koriste *dijagrami opterećenja na pragu elektrana*. Tako se eliminiše uticaj sopstvene potrošnje, koji je relativno veliki u termoelektranama, a relativno mali u hidroelektranama. Pod uticajem hidrološke situacije, učešće hidroelektrana u toku godine menja se u veoma širokim granicama. Razmatranja koja bi se zasnivala na dijagramima opterećenja na priključcima generatora, zahtevala bi precizniji odgovor na pitanje da li se radi o termoelektrani ili o hidroelektrani. U dnevnom dijagramu opterećenja (slika III.18) razlikujemo tri osnovne veličine: maksimalno dnevno opterećenje  $P_M$ , minimalno dnevno opterećenje  $P_m$  i dnevnu potrošnju energije  $W_d$ . Relativne karakteristične veličine su *faktor opterećenja*  $m_d$

$$m_d = \frac{W_d}{24P_M}$$

i *odnos maksimalnog i minimalnog opterećenja*

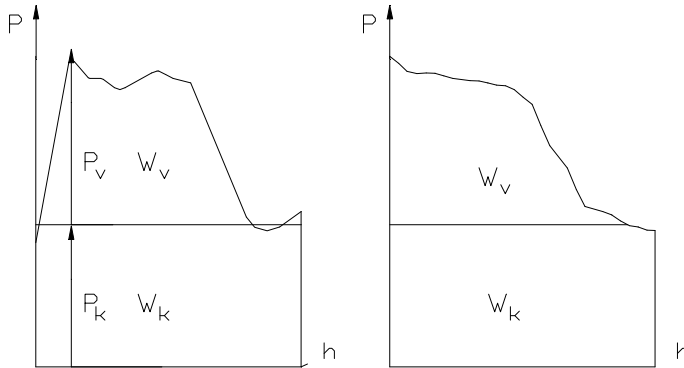
$$m_0 = \frac{P_m}{P_M}$$

Obe relativne karakteristične veličine zavise od strukture potrošača u sistemu. Faktor opterećenja je utoliko veći, ukoliko je udeo industrije veći, pogotovo ako ova radi sa približno konstantnom snagom [48]. *Sedmični, mesečni, godišnji dijagrami opterećenja* nastaju sumiranjem dnevnih dijagrama opterećenja. Analogno gornjim izrazima, za njih se takođe mogu definisati osnovne i relativne karakteristične veličine.

Na *razdoblje nižih opterećenja* (trajanje  $t_n$ , energija  $W_n$ ) i *razdoblje viših opterećenja* (trajanje  $t_v$ , energija  $W_d - W_n$ ) podeljen je dnevni dijagram opterećenja na slici III.18. Granica između njih nije tačno definisana i zavisi od karakteristika potrošača u sistemu i od godišnjeg doba. Druga podela je na *konstantni i varijabilni deo dijagrama opterećenja*. Ordinata konstantnog opterećenja određuje se iz energije nižih opterećenja

$$P_k = \frac{W_d}{t_n}$$

i deli dijagram opterećenja na *deo sa konstantnom* i na *deo sa varijabilnom energijom*, kao na slici III.19.



Slika III.19 [48]

Dnevna, *konstantna energija* određena je izrazom

$$W_k = 24P_k$$

dok se preostala dnevna energija naziva *varijabilna energija*

$$W_v = W_d - 24P_k$$

i za njenu proizvodnju je potrebna varijabilna snaga, čija je maksimalna ordinata određena izrazom

$$P_v = P_M - P_k$$

Podelom dnevnog dijagrama opterećenja na konstantnu i varijabilnu energiju, dijagram opterećenja je definisan sa tri veličine, na primer,  $W_d, P_M, P_k$ . Ostale veličine su time određene [48]. Ako se ordinate hronološkog dnevnog dijagrama (slika III.19.a) poređaju po opadajućem redosledu, dobija se *dnevni dijagram trajanja opterećenja* (slika III.19.b). Ova kriva zadržava informaciju o intervalima iste potrošnje, ali se gubi informacija o tome *kada* se ta potrošnja dogodila. Hronološki dijagram (dnevni, mesečni, godišnji) je

u velikoj upotrebi u planiranju elektroenergetskih sistema, naročito u planiranju angažovanja generisanja, kao u III.8.

**Problem III.15** Šta je *instalirana snaga elektrane*? Šta je *maksimalna snaga elektrane*? Šta je *raspoloživa snaga elektrane*? Šta je *maksimalni protok hidroelektrane*? Šta je *srednja godišnja proizvodnja hidroelektrane*? Šta je *maksimalna proizvodnja hidroelektrane*? Šta je to *vreme pražnjenja akumulacionog bazena*, a šta *energetska vrednost akumulacionog bazena*? Po čemu hidroelektrane klasifikujemo u *protočne, akumulacione sa dnevnom i akumulacione sa sezonskom akumulacijom*? Šta je *maksimalna proizvodnja termoelektrane*?

**Rešenje:**

*Instalirana snaga* ili *nominalna snaga* elektrane je suma nominalnih snaga generatora (MVA) u elektrani, ili suma snaga turbina merenih na generatoru (MW). *Maksimalna snaga* elektrane je najveća snaga koju elektrana može da proizvede, uz pretpostavku da su svi delovi elektrane raspoloživi za pogon. Za hidroelektranu se pretpostavlja da su protok i pad optimalni. Za termoelektranu se pretpostavlja da postoji dovoljna količina goriva određenog kvaliteta, kao i dovoljna količina vode za hlađenje. Kada se određuje maksimalna snaga elektrane, uzimaju se u obzir sva moguća ograničenja, kao što su: dimenzije dovoda, cevovoda, odvoda u hidroelektranama, kapacitet opreme za dopremanje i pripremu goriva, kapacitet za odvođenje pepela, efikasnost kotlova, kapacitet dovoda vode u termoelektranama. Razlikuje se maksimalna bruto snaga (na priključcima generatora) i maksimalna neto snaga (na pragu) elektrane. *Raspoloživa snaga* je najveća snaga koju elektrana može da proizvede u nekom trenutku, s obzirom na stvarnu raspoloživost opreme u elektrani (ispadi, remont) i stvarnu raspoloživost radnog goriva. I ovde razlikujemo raspoloživu snagu na priključcima generatora i raspoloživu snagu na pragu elektrane. *Maksimalni protok* ( $m^3/s$ ) je karakteristična veličina hidroelektrane i odgovara njenoj instaliranoj snazi. To je onaj protok koji hidroelektrana koristi u normalnom pogonu, uzimajući u obzir sve delove postrojenja. *Srednja godišnja proizvodnja* (GWh) hidroelektrane je aritmetička sredina mogućih godišnjih proizvodnji hidroelektrane u dužem periodu života hidroelektrane. *Moguća proizvodnja hidroelektrane* je maksimalna proizvodnja hidroelektrane koja bi mogla da se ostvari korišćenjem najveće moguće količine vode, uz najpovoljnije uslove (svi delovi postrojenja raspoloživi). Ograničenja koja treba uzeti u obzir obuhvataju postojanje sopstvene akumulacije i akumulacije u uzvodnim elektranama, ograničenja veličine izgradnje, ograničenja plovidbe, poljoprivrede i sl. Prema tome da li postoji

akumulacioni bazen, kao i s obzirom na njegovu veličinu, razlikujemo *protočne hidroelektrane* (PHE) i *akumulacione hidroelektrane* (AHE). Akumulacione hidroelektrane mogu da budu sa dnevnom, ili sa sezonskom akumulacijom. Akumulacija se karakteriše *vremenom pražnjenja akumulacionog bazena*. To je najmanje vreme potrebno da korisna zapremina vode (zapremina vode u akumulaciji smeštena između najviše i najniže kote gornje vode, koje se koriste u normalnom pogonu) istekne kroz turbine, pod pretpostavkom nultog dotoka u akumulaciju. Protočna hidroelektrana je ona koja može da se isprazni za manje od dva sata. Za pražnjenje AHE sa dnevnom akumulacijom potrebno je od dva sata do 400h. Za pražnjenje AHE sa sezonskom akumulacijom treba više od 400h. *Energetska vrednost akumulacionog bazena* je količina električne energije koja bi mogla da se proizvede u hidroelektrani i svim nizvodnim hidroelektranama pražnjenjem korisne zapremine, bez dotoka vode i bez gubitaka vode. *Moguća (godišnja) proizvodnja termoelektrane* se ne definiše posebno, pošto je ona srazmerna maksimalnoj snazi termoelektrane. To znači da se kod planiranja generisanja iz termoelektrana računa uvek sa *proizvodnjom termoelektrane u bloku*, odnosno, sa *određenom količinom konstantne energije*. Pretpostavlja se da termoelektrani na raspolaganju uvek stoje dovoljne količine radnog goriva. Remonti u termoelektranama traju oko 1000 časova godišnje [48].

**Problem III.16** Posmatra se *akumulaciona hidroelektrana (AHE) sa dnevnom akumulacijom*. Instalirana snaga turbina i generatora AHE iznosi  $P_i = P_M = 110 \text{ MW}$ . Raspoloživa dnevna energija dotoka vode u elektranu iznosi: a)  $W = 2160 \text{ MWh}$ ; b)  $W = 1200 \text{ MWh}$ . Odrediti način rada AHE s obzirom na veličinu raspoložive energije dotoka, kao i veličinu akumulacionog bazena za dnevnu upotrebu, odnosno, energetska vrednost akumulacije, uz sledeća ograničenja:

- raspoloživu dnevnu energiju dotoka vode u elektranu  $W$  treba u potpunosti iskoristiti u toku dana ( $t = 24 \text{ h}$ );
- dan se deli na period nižih opterećenja,  $t_n = 6 \text{ h}$  i period viših opterećenja,  $t_v = 18 \text{ h}$ ;
- elektrana treba da proizvodi energiju radeći sa maksimalnom snagom  $P_M$  što je moguće duže, ali ne duže od  $t_v$ ;
- proizvodnja u periodu  $t_n$  je moguća i zavisi jedino od veličine  $W$ .

**Rešenje:**



Veličina akumulacionog bazena za dnevnu upotrebu izražava energetska vrednost akumulacije  $W_a$ . "Način rada AHE" ustvari izražava *zahtev za najvećom mogućom varijabilnom energijom iz AHE, uz najveću moguću snagu, u najkraćem mogućem vremenu, tako da ne dolazi do preliva* [48]. U zavisnosti od toga koliki je dotok, višak energije može da bude plasiran i u proizvodnju sa konstantnom snagom. Način rada AHE određuje se pošto se utvrdi energija dnevnog dotoka. Kriterijum za utvrđivanje načina rada je odnos dnevne energije dotoka vode u elektranu  $W$ , prema maksimalno mogućoj proizvodnji elektrane u periodu viših opterećenja, kada se i javlja potreba za varijabilnom snagom i energijom,  $t_v P_M$ . Mogući slučajevi su:

$$W \in \begin{cases} W > t_v P_M \\ W \leq t_v P_M \end{cases}$$

Znak jednakosti je arbitrarno pridružen.

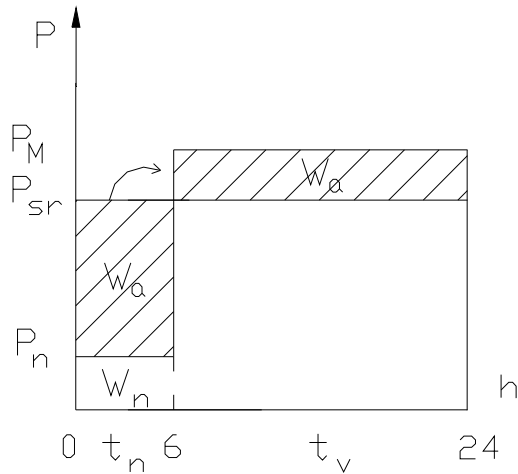
a) Ukoliko se posmatra slučaj

$$W > t_v P_M$$

onda elektrana sigurno raspolaže takvom energijom dotoka, koja će joj omogućiti da radi u periodu  $t_v$  sa snagom  $P_M$ . Izvesnu količinu energije, odnosno sve što je više od  $t_v P_M$ , AHE plasira u periodu  $t_n$ , sa snagom  $P_n$  koju tek treba naći. Ovaj slučaj je prikazan na slici III.20. Srednja snaga dotoka vode  $P_{sr}$  dobija se iz dnevne energije dotoka vode u elektranu:

$$P_{sr} = \frac{W}{24}$$

Da nema akumulacije, ne bi bilo moguće ispuniti zahtev da se dobije najveća moguća varijabilna energija iz hidroelektrane, uz najveću moguću snagu, u najkraćem mogućem vremenu i bez preliva (takozvani forsirani rad hidroelektrane). Da nema akumulacije, hidroelektrana bi radila kao protočna. Za  $P_{sr} < P_M$ , potpuno bi iskoristila energiju dnevnog dotoka  $W$ , ali ne bi mogla da plasira i svoju maksimalnu snagu  $P_M$  u sistem. Za  $P_{sr} \geq P_M$ , snaga  $P_M$  bi mogla da se iskoristi u periodu  $t_v$  (uslov), ali bi prelivala vodu tokom celog dana.



Slika III.20

Energija  $W_a$  akumulirana u periodu  $t_n$ , koristi se u toku istog dana, u periodu  $t_v$ . Na slici III.20, strelicom je označeno ovo prebacivanje energije. Ako se izraz za dnevnu energiju dotoka vode u elektranu  $W$  izrazi kao jednakost, onda

$$W = t_v P_M + W_n$$

$$W_n = t_n P_n$$

gde je  $W_n > 0$ , višak energije koji bi mogao da se plasira u periodu  $t_n$ , sa nepoznatom snagom  $P_n$ , koja nije ničim ograničena. Ova snaga se lako nalazi iz gornjih izraza. Sa slike III.20,

$$W_a + t_v P_{sr} = t_v P_M$$

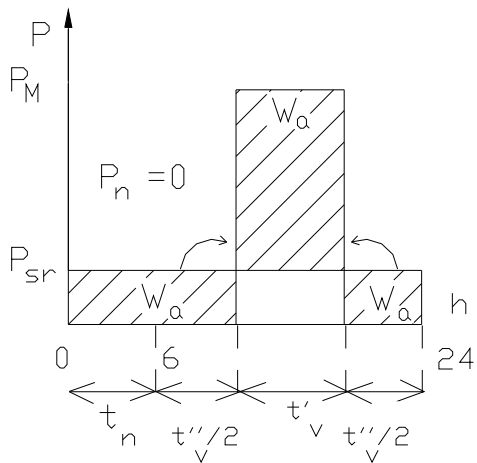
odakle

$$W_a = t_v (P_M - P_{sr}) = t_v \left( P_M - \frac{W}{24} \right)$$

b) Za slučaj

$$W \leq t_v P_M$$

Granični slučaj  $W=t_v P_M$  pripada i slučaju a) i slučaju b). Posmatrajmo  $W < t_v P_M$ . Elektrana treba da iskoristi svu dnevnu energiju  $W$  istog dana. Uslov da elektrana radi sa  $P_M$  što je moguće duže, odgovara  $P_n=0$ . Sigurno, elektrana će sa  $P_M$  moći da radi samo u periodu  $t'_v < t_v$ . Ovaj slučaj odgovara predstavi na slici III.21.



Slika III.21

Sa slike III.21,

$$W = t'_v P_M$$

Pošto je  $t_v = t'_v + t''_v$ , kao i  $t_v + t_n = 24$  h, (slika III.21), mogu da se odrede veličine  $t'_v$ , kao i  $t''_v$ . Akumulisanje se obavlja u periodu  $t''_v + t_n$ , trošenje akumulacije u periodu  $t'_v$ . Sa slike III.21,

$$W_a = (t_n + t''_v) P_{sr}$$

$$W_a = t'_v (P_M - P_{sr})$$

odakle

$$W_a = W - \frac{W^2}{24P_M}$$

**Brojno rešenje:**

Način rada AHE određuje se pošto se nađe kriterijumska vrednost  $t_v P_M$ :

$$t_v P_M = 18 \cdot 110 = 1980 \text{ MWh}$$

a)

$$W = 2160 \text{ MWh}, \quad W > t_v P_M$$

$$P_{Sr} = \frac{W}{24} = \frac{2160}{24} = 90 \text{ MW}$$

$$W_a = t_v (P_M - P_{Sr}) = 18(110 - 90) = 360 \text{ MWh}$$

$$W_n = W - t_v P_M = 2160 - 1980 = 180 \text{ MWh}$$

$$P_n = \frac{W_n}{t_n} = \frac{180}{6} = 30 \text{ MW}$$

b)

$$W = 1200 \text{ MWh}, \quad W < t_v P_M$$

$$P_{Sr} = \frac{W}{24} = \frac{1200}{24} = 50 \text{ MW}$$

$$t_v' = \frac{W}{P_M} = \frac{1200}{110} = 10,91 \text{ h}$$

$$W_a = W - \frac{W^2}{24P_M} = 1200 - \frac{1200^2}{24 \cdot 110} = 654,5 \text{ MWh}.$$

**Problem III.17** Instalirana snaga turbina i generatora jedne **AHE sa sedmičnom akumulacijom** iznosi  $P_i = P_M = 110 \text{ MW}$ . Raspoloživa dnevna energija dotoka vode u elektranu iznosi: a)  $W = 2160 \text{ MWh}$ ; b)  $W = 1200 \text{ MWh}$ . Svi radni dani u sedmici su isti. U nedelju, AHE radi u režimu nižih opterećenja radnog dana, preko celog dana. Odrediti način rada AHE s obzirom na veličinu raspoložive energije dotoka, kao i veličinu akumulacionog bazena za sedmičnu upotrebu, odnosno, energetska vrednost akumulacije, uz sledeća ograničenja:

- raspoloživu dnevnu energiju dotoka vode u elektranu  $W$  u toku radnog dana, treba u potpunosti iskoristiti u toku radnog dana;
- raspoloživu sedmičnu energiju dotoka vode u elektranu treba u potpunosti iskoristiti u toku sedmice;
- dan se deli na period nižih opterećenja  $t_n = 6 \text{ h}$  i period viših opterećenja  $t_v = 18 \text{ h}$ ;
- proizvodnja AHE treba da bude takva, da radi sa maksimalnom snagom  $P_M$  što je moguće duže, ali ne duže od  $t_v$  u toku radnog dana;
- proizvodnja u periodu  $t_n$  je moguća i zavisi jedino od raspoložive energije dotoka vode u elektranu.

**Rešenje:**

Akumulacioni bazen za sedmičnu upotrebu modeluje se, kao i u prethodnom zadatku, kao energija  $W_a$ , koja se nalazi u akumulaciji elektrane. Ovaj problem se svodi na prethodni, ako se u obzir uzme specifičnost sedmodnevnog načina rada elektrane (šest istih radnih dana i nedelja). Režim rada sa smanjenim opterećenjem u nedelju, omogućava da se najveći deo akumulacije formira baš tada, uz popunu akumulacije radnim danima. Dijagram  $P=f(t)$  za sedmični rad se formira iz dnevnih dijagrama prethodnog zadatka, uz malu korekciju, koja je posledica uslova da se iskoristi energija dotoka vode u toku sedam dana. Uslov da energija svih sedam dana podjednako dotiče ( $7W$ ), ali da se samo šest dana radi i to tako da se proizvodi što duže, ako je moguće u celokupnom periodu  $t_v$ , i što više, ako je moguće sa maksimalnom snagom  $P_M$ , (što se formuliše kao  $6t_v P_M$ ), formira kriterijum:

$$W \in \begin{cases} W > \frac{6}{7}t_v P_M \\ W \leq \frac{6}{7}t_v P_M \end{cases}$$

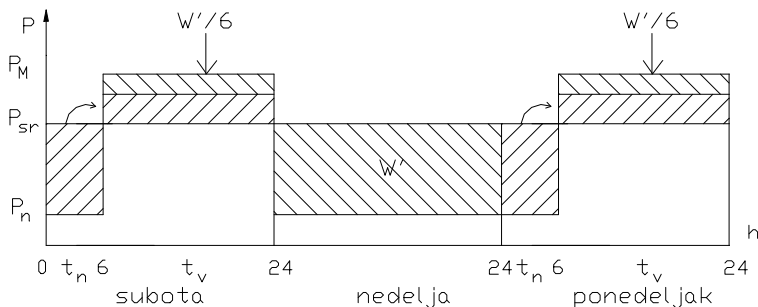
a)

Za slučaj

$$W > \frac{6}{7}t_v P_M$$

i ako se dijagram  $P = f(t)$  složi iz dnevnih dijagrama kao za slučaj  $W > t_v P_M$  iz prethodnog problema, dobija se slučaj na slici III.22, gde su prikazana tri karakteristična dana u sedmici. Srednja snaga dotoka vode  $P_{sr}$ , dobija se iz dnevne energije dotoka vode u elektranu:

$$P_{sr} = \frac{W}{24}$$



Slika III.22

Energija akumulirana radnog dana u periodu  $t_n$ , prebacuje se u vršni deo dijagrama opterećenja u istom radnom danu. Vršni deo dijagrama opterećenja radnog dana popunjava i šestina akumulacije nedelje ( $W'/6$ ). Akumulacioni bazen se dimenzioniše prema najvećem kontinuiranom akumulisanju, znači, u nedelju i ponedeljak (slika III.22). Ako se kriterijum za dnevnu energiju dotoka vode u elektranu izrazi kao jednakost, onda imamo

$$7W = 6t_v P_M + (6t_n + 24)P_n$$

pri čemu je  $P_n$  jedina stvarno nepoznata veličina. Sa slike III.22,

$$W_a = (t_n + 24)(P_{sr} - P_n)$$

Ako se uzme u obzir da je  $t_n + t_v = 24$  h, iz prethodnih jednačina se dobija

$$W_a = 6t_v \frac{t_n + 24}{6t_n + 24} \left( P_M - \frac{W}{24} \right)$$

U časovima nižih opterećenja, AHE bi mogla da proizvede energiju  $W_n$  sa snagom  $P_n$ .

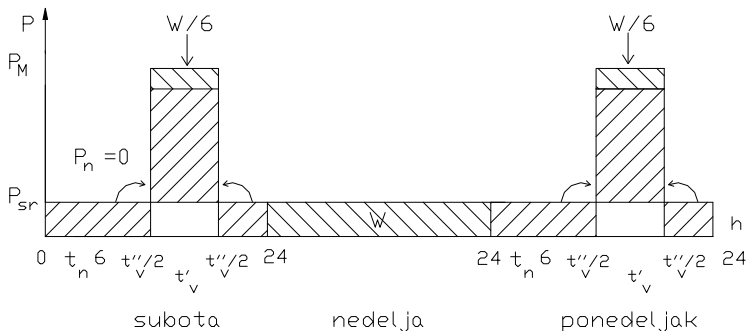
$$W_n = t_n P_n$$

b)

Ukoliko se posmatra slučaj

$$W \leq \frac{6}{7} t_v P_M$$

i ako se dijagram  $P=f(t)$  složi iz dnevnih dijagrama kao za  $W \leq t_v P_M$  iz prethodnog primera, dobija se slučaj prikazan na slici III.23, za tri karakteristična dana u sedmici.



Slika III.23

Pošto elektrana treba da radi što duže sa  $P_M$ , sledi da je  $P_n=0$  (slika III.23). Ukupna proizvodnja radnog dana, skoncentrisana je u periodu  $t'_v$ , u radu sa maksimalnom snagom  $P_M$ , što se postiže potpunim iskorišćenjem energije dotoka toga radnog dana, kao i korišćenjem jedne šestine energije dotoka u nedelju. Znači,

$$\frac{7W}{6} = t'_v P_M .$$

Akumulacioni bazen se dimenzioniše na dotoke iz subote, nedelje i ponedeljka (slika III.23):

$$W_a = (24 + t_n + t''_v) P_{Sr}$$

Kako je  $t_v = t'_v + t''_v$ ,  $t_v + t_n = 24h$ . Iz izloženih relacija može se izračunati  $W_a$  kao

$$W_a = W \left( 2 - \frac{7W}{144P_M} \right)$$

**Brojno rešenje:**

Prvo se utvrdi vrednost kriterijumskog proizvoda  $\frac{6}{7} t_v P_M$ :

$$\frac{6}{7} t_v P_M = \frac{6}{7} 18\,110 = 1697,14 \text{ MWh}$$

a)

$$W = 2160 \text{ MWh}, \quad W > \frac{6}{7} t_v P_M$$

$$P_{Sr} = \frac{W}{24} = \frac{2160}{24} = 90 \text{ MW}$$

$$W_a = 6t_v \frac{t_n + 24}{6t_n + 24} \left( P_M - \frac{W}{24} \right)$$



$$W_a = 618 \frac{6 + 24}{66 + 24} \left( 110 - \frac{2160}{24} \right) = 1080 \text{ MWh}$$

$$P_n = \frac{7W - 6t_v P_M}{6t_n + 24} = \frac{7 \cdot 2160 - 6 \cdot 18 \cdot 110}{6 \cdot 6 + 24} = 54 \text{ MW}$$

$$W_n = P_n t_n = 54 \cdot 6 = 324 \text{ MWh}$$

b)

$$W = 1200 \text{ MWh}, \quad W < \frac{6}{7} t_v P_M$$

$$P_{sr} = \frac{W}{24} = \frac{1200}{24} = 50 \text{ MW}$$

$$t'_v = \frac{7W}{6P_M} = \frac{7 \cdot 1200}{6 \cdot 110} = 12,73 \text{ h}$$

Kada AHE poseduje bazen za sedmičnu akumulaciju, onda ona može da radi duže forsirano, nego kada ima samo bazen za dnevnu akumulaciju. Energetska vrednost akumulacije, koja je tada dimenzionisana na trodnevne dotoke, je takođe veća i iznosi

$$W_a = W \left( 2 - \frac{7W}{144 P_M} \right) = 1200 \left( 2 - \frac{7 \cdot 1200}{144 \cdot 110} \right) = 1763,64 \text{ MWh}$$

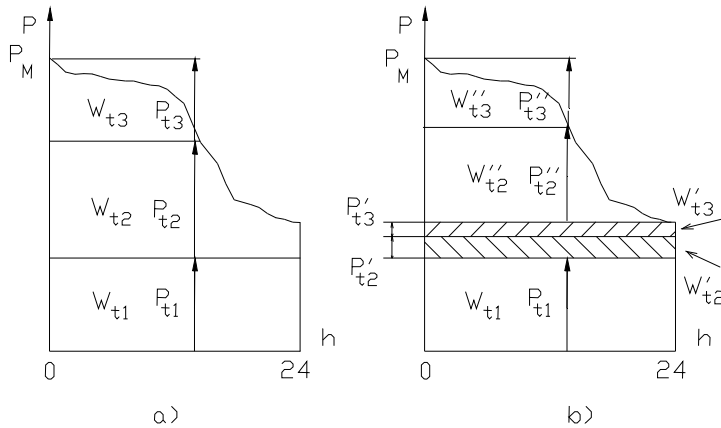
**Problem III.18** Objasniti *kriterijum za popunjavanje dnevne krive trajanja opterećenja* proizvodnjom iz tri termoelektrane poznatog odnosa srednjih specifičnih troškova toplote, odnosno goriva, u NJ/kWh,  $c_1 < c_2 < c_3$  i poznatih raspoloživih snaga termoelektrana  $P_{t1}$ ,  $P_{t2}$  i  $P_{t3}$ , ako: a) ne postoji uslov tehničkog minimuma; b) postoji *uslov tehničkog minimuma u termoelektranama*.

**Rešenje:**

Popunjavanje dnevne krive trajanja opterećenja samo proizvodnjom iz termoelektrana (TE) najjednostavniji je slučaj *popunjavanja konzumnog okvira* proizvodnjom elektrana. Da bi potrošnja bila zadovoljena, potrebno je da elektrane u određenom periodu proizvedu potrebnu energiju uz potrebnu snagu. S obzirom na ranije navedenu definiciju raspoložive snage (termoelektrane), da bi potrebe potrošača bile zadovoljene i po snazi i po energiji, potreban i dovoljan uslov je da suma raspoloživih snaga svih (i) termoelektrana nije manja od maksimalne snage opterećenja sistema  $P_M$ , ili

$$\sum_i P_{ti} \geq P_M$$

Kriterijum za *redosled angažovanja termoelektrana* je ekonomski kriterijum: *najviše treba da proizvodi ona termoelektrana koja ima najmanje troškove (goriva), odnosno, najmanje srednje specifične troškove c (NJ/kWh)*. Takve termoelektrane treba da rade “što duže, sa što većom snagom”, odnosno, da “proizvode u bloku”. Proizvodnja ovog tipa se lako plasira u *konstantnom delu dijagrama opterećenja* (ili krive trajanja) i “potiskuje proizvodnju” iz ostalih (skupljih) termoelektrana prema delovima dijagrama gde mogu da rade - kraće. Redosled popunjavanja je “odozdo na gore”, tako da najjeftinija ukupna proizvodnja dolazi dole, a najskuplja u vrh dijagrama, što se poklapa i sa tehničkim mogućnostima termoelektrana, pošto su najskuplje termoelektrane upravo one koje mogu bolje da *prate promenu opterećenja*, što se i traži u varijabilnom delu dijagrama. Ovaj slučaj prikazan je na slici III.24.a. Međutim, ovakva analiza ne uključuje i ostale troškove (videti III.8), kao ni aspekt vrednosti novca u vremenu. Standardizacija se danas kreće ka tome da termoelektrane budu opterećene i *troškovima za emisiju polutanata*. Tako će se verovatno dogoditi da one termoelektrane koje imaju i *najjeftiniju proizvodnju u klasičnom smislu*, po *novim kriterijumima* budu možda i najskuplje. Na istoj slici, pretpostavljeno je da termoelektrane 2 i 3 obustavljaju rad kada opterećenje padne toliko da njihova snaga više nije potrebna. Međutim, možemo da zamislimo i takav slučaj da obustavljanje njihovog rada nije opravdano iz ekonomskih, ili tehničkih razloga. Tada ove termoelektrane rade na *tehničkom minimumu*, koji podrazumeva minimalno potreban rad *svih* raspoloživih agregata termoelektrane *sve vreme*. Ovakvu proizvodnju, prema tome, treba plasirati u konstantni deo dijagrama opterećenja. Moglo bi da se dogodi da ona, iako skuplja, *potisne* deo jeftinije proizvodnje neke od termoelektrana u varijabilni deo dijagrama. Znači, u internoj raspodeli opterećenja između termoelektrana *prvo važi kriterijum tehničkog minimuma, pa onda ekonomski kriterijum* [48]. Na slici III.24.b prikazan je slučaj kada proizvodnja na tehničkom minimumu iz termoelektrane 3 potiskuje jeftiniju proizvodnju is termoelektrane 2.



Slika III.24

**Problem III.19** Objasniti potreban i dovoljan uslov za **popunjavanje dnevne krive trajanja opterećenja proizvodnjom iz termoelektrane i dve protočne hidroelektrane** (PHE) ako: a) ne postoji uslov tehničkog minimuma; b) postoji uslov tehničkog minimuma u termoelektrani. Poznati su: srednji specifični trošak termoelektrane  $c_1$  (NJ/kWh), raspoloživa snaga termoelektrane  $P_{t1}$ , kao i raspoložive snage protočnih hidroelektrana,  $P_{phe2}$  i  $P_{phe3}$ .

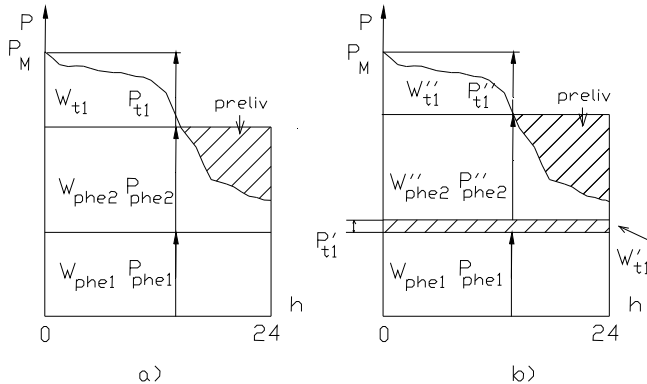
**Rešenje:**

U ovim razmatranjima, protočna hidroelektrana može da se smatra termoelektranom čiji je srednji specifični trošak  $c_{phe} = 0$ . *Raspoloživa snaga protočne hidroelektrane*  $P_{phe}$  je ograničenje koje može da dođe ili od agregata  $P_{phe,g}$ , ili od dotoka  $P_{phe,d}$ . U zavisnosti od toga koja je od ove dve snaga manja, ta snaga je raspoloživa snaga PHE. Odnosno,

$$P_{phe} = P_{phe,g} \quad \text{za} \quad P_{phe,g} < P_{phe,d}$$

$$P_{phe} = P_{phe,d} \quad \text{za} \quad P_{phe,d} < P_{phe,g}$$

S obzirom na to da nema termoelektrane koja bi proizvodila sa manjim srednjim specifičnim troškom od  $c_{phe} = 0$ , proizvodnja PHE se plasira u konstantni deo dijagrama opterećenja, potiskujući termoelektrane prema varijabilnom delu dijagrama. U sistemu u kojem postoje termoelektrane i protočne hidroelektrane važi već poznati ekonomski kriterijum redosleda angažovanja, da najviše treba da proizvodi ona elektrana koja ima najmanje srednje specifične troškove  $c$ . Ona proizvodi najviše tada, kada radi sa stalnom snagom što duže, a to je u konstantnom delu dijagrama (slika III.25.a). Neiskoristivi deo energije PHE je *preliv*, na slici III.25.a ograničen ordinatom raspoložive snage PHE i dijagramom trajanja opterećenja.



Slika III.25

Potrebe potrošača date dijagramom trajanja opterećenja biće zadovoljene i po snazi i po energiji kada bude ispunjen potreban i dovoljan uslov da suma raspoloživih snaga svih (i) termoelektrana i svih (j) protočnih hidroelektrana nije manja od maksimalne snage opterećenja sistema  $P_M$ , ili

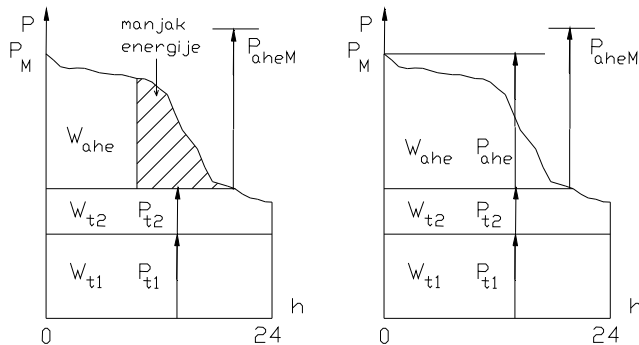
$$\sum_i P_{ti} + \sum_j P_{phej} \geq P_M$$

Pretpostavimo da je zadato da termoelektrana u posmatranom sistemu ostaje celog dana u pogonu sa opterećenjem na tehničkom minimumu. S obzirom da *prvo važi kriterijum tehničkog minimuma, pa onda ekonomski kriterijum*, skuplja proizvodnja iz termoelektrane potiskuje proizvodnju protočne hidroelektrane, pa je iskoristivi preliv veći, kao na slici III.25.b [48].

**Problem III.20** Objasniti kriterijum za *popunjavanje dnevnog dijagrama trajanja opterećenja kada se u razmatranje uvede i akumulaciona hidroelektrana (AHE)*. Dijagram trajanja opterećenja popunjava se proizvodnjom iz dve TE i jedne AHE. Poznat je odnos srednjih specifičnih troškova za TE,  $c_1 < c_2$ , raspoložive snage za TE,  $P_{t1}$  i  $P_{t2}$ , maksimalna snaga AHE,  $P_{aheM}$ , dok je energija iz AHE: dovoljna da se popuni deo dijagrama opterećenja, ali ne i da se nešto duže koristi  $P_{aheM}$ .

**Rešenje:**

Akumulaciona hidroelektrana (AHE) može *uvek da proizvodi sa svojom maksimalnom snagom, jedino je pitanje, koliko dugo?* To smo videli u III.16 i III.17. AHE bi mogla da radi kao PHE, pa čak i prelivajući, ukoliko su dotoci veliki. Na slici III.26.a prikazan je slučaj AHE koja nema dovoljno energije da popuni vrh dijagrama trajanja opterećenja, koji ostaje nepopunjen pošto termoelektrane proizvode sa svojom raspoloživom snagom.



Slika III.26

Kriterijum je uključivanjem i AHE u razmatranje proširen i glasi:

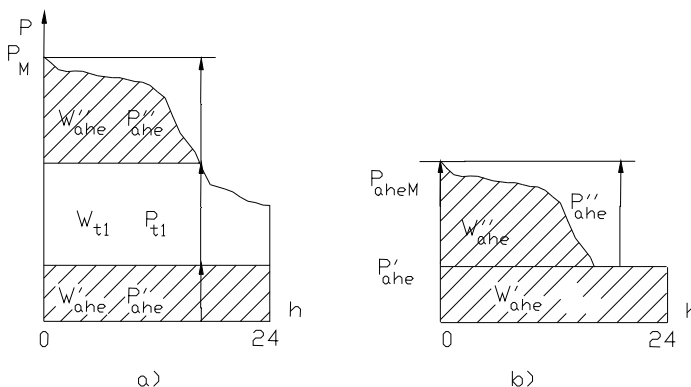
$$\sum_i P_{ti} + \sum_j P_{phej} + \sum_k P_{aheMk} \geq P_M$$

$$\sum_i W_{ti} + \sum_j W_{phej} + \sum_k W_{ahek} \geq W_d$$

odnosno, potrošnja je zadovoljena onda, kada je suma raspoloživih snaga TE i PHE i suma maksimalnih snaga AHE nije manja od maksimalne snage opterećenja sistema i kada moguća proizvodnja energije svih TE, PHE i AHE nije manja ukupne površine ispod krive trajanja opterećenja. Na slici III.26.b prikazan je slučaj kada je drugi uslov granično ispunjen, odnosno, kada su proizvodnje iz termoelektrana na granici raspoloživosti, dok je energija iz AHE dovoljna tek toliko da se ispuni jednakost u drugoj relaciji kriterijuma. Znači, AHE *nema dovoljno energije da bi mogla da plasira i svoju maksimalnu snagu*  $P_{aheM}$ . Bilo bi poželjno da AHE ima dovoljno energije za to i da može *da radi što duže sa svojom maksimalnom snagom*, pošto bi tada ( $c_{ahe} = 0$ ) mogla da istisne skuplju proizvodnju iz termoelektrana. Vidimo, to je bio i uslov koji smo imali u III.16 i III.17.

**Problem III.21** Razmotriti slučaj kada **AHE ima energije dovoljno da plasira svoju maskimalnu snagu, ali i da radi u konstantnom delu dnevnog dijagrama**. Ostatak dijagrama se popunjava iz TE, bez ograničenja.

**Rešenje:**



Slika III.27

Kada AHE ima energije dovoljno da plasira svoju maskimalnu snagu, ali i da radi u konstantnom delu dnevnog dijagrama, tada se, u zavisnosti od toga koliku energiju raspolaže AHE, energija može da podeli između

varijabilnog i konstantnog dela dijagrama tako da budu zadovoljena oba uslova optimalnog iskorišćenja AHE, za iskorišćenje maksimalne snage

$$P'_{ahe} + P''_{ahe} = P_{aheM}$$

kao i za iskorišćenje raspoložive dnevne energije (celokupne moguće proizvodnje AHE)

$$W'_{ahe} + W''_{ahe} = W_{ahe}$$

*Relativna moguća proizvodnja* AHE [48] je data kao

$$w = \frac{W_{ahe}}{24P_{aheM}}$$

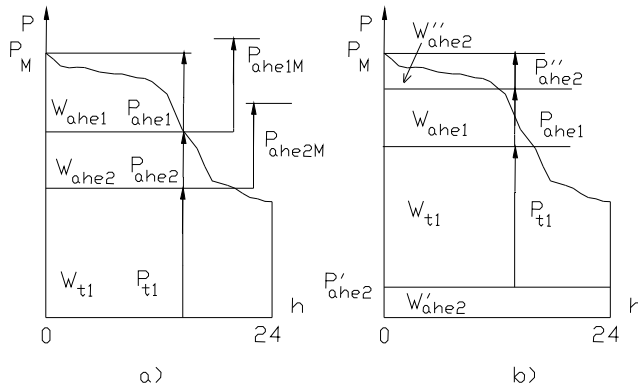
Ovaj količnik je važan za uklapanje proizvodnje iz više AHE. Na slici III.27.b prikazana je osnovna ideja prisutna i u III.16 i III.17: snaga konstantnog dela  $P'_{ahe}$  je "relaksirana", ona zavisi samo od viška energije za kojim ne postoji potreba u periodima forsiranog rada AHE.

**Problem III.22** Objasniti *kriterijum uklapanja proizvodnje iz više AHE*. Razmotriti slučaj rada dve **AHE različitih maksimalnih snaga i različite relativne moguće proizvodnje**. Ostatak dijagrama se popunjava iz TE, bez ograničenja.

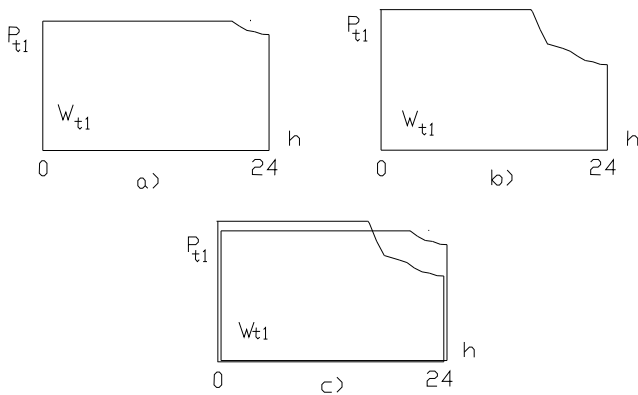
**Rešenje:**

Što je veća moguća proizvodnja AHE, utoliko je veći deo proizvodnje AHE koji može da se prebaci u konstantni deo dijagrama opterećenja. TE se pomeraju ka višim delovima dijagrama opterećenja. Kada moguća proizvodnja postane jednaka maksimalno mogućoj proizvodnji, AHE postaje protočna hidroelektrana. Kada u sistemu postoji više AHE, one popunjavaju dijagram tako da se, ako je moguće, iskoristi celokupna količina vode, uz što veću snagu iz hidroelektrana. To se postiže tako što se od vrha prema dnu dijagrama opterećenja redaju AHE po rastućoj vrednosti *relativne moguće proizvodnje*  $w$ . Na slici III.28.a prikazan je slučaj kada dve AHE popunjavaju sam vrh dijagrama opterećenja. Ostatak dijagrama popunjava termoproizvodnja. Međusobno rangiranje AHE odzgo na dole u dijagramu, posledica je odnosa njihovih relativnih mogućih proizvodnji,  $w_1 < w_2$ . Međutim, na slici III.28.b ovo pravilo nije poštovano. U vrh dijagrama je smeštena

AHE2, čiji je deo energije prebačen u konstantni deo dijagrama opterećenja. Posledica je to da u drugom slučaju imamo veću angažovanu snagu iz termoelektrana [48]. Upoređenje angažovanja TE u oba slučaja, dato je na slici III.29.c.



Slika III.28

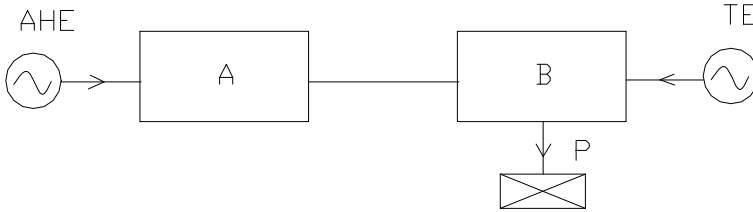


Slika III.29

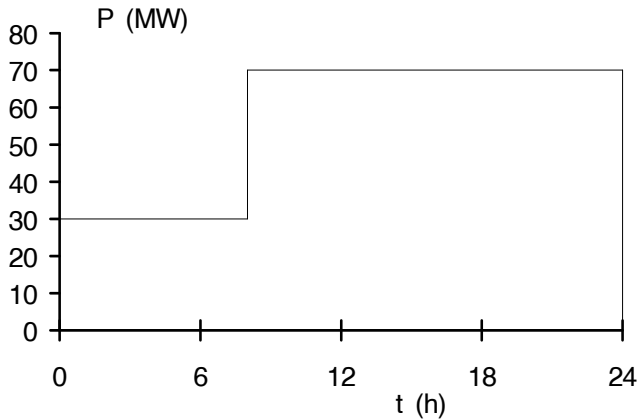
Smeštanje proizvodnje između dve horizontalne prave je pretpostavka čija je jedina prednost da omogućava jednostavan proračun angažovanja elektrana. U navedenoj literaturi problem angažovanja elektrana detaljnije je obrađen.



**Problem III.23 Popunjavanje dnevnog dijagrama opterećenja proizvodnjom iz akumulacione hidroelektrane sa sedmičnom akumulacijom i termoelektrane.** Područja A i B jednog elektroenergetskog sistema povezana su dalekovodom (slika III.30). Područje A je proizvodno područje, sa jednom akumulacionom hidroelektranom sa sedmičnom akumulacijom (AHE), dok je B mešovito, proizvodno-potrošačko područje, sa jednom termoelektranom (TE). Posmatra se jedan radni dan u nedelji. Na slici III.31 prikazan je dnevni dijagram opterećenja ovog elektroenergetskog sistema.



Slika III.30



Slika III.31

Maksimalna instalisana snaga AHE iznosi  $P_M=70\text{MW}$ , raspoloživa dnevna energija dotoka vode u elektranu je  $W=576\text{MWh}$ , dok maksimalna raspoloživa snaga termoelektrane iznosi  $P_{MTE}=80\text{MW}$ . Odrediti režim rada AHE i veličinu potrebne akumulacije za sedmični rad. Popuniti dnevni dijagram opterećenja radnog dana sistema na slici III.31, tako da AHE zadovoljava sledeće uslove:

- raspoloživu dnevnu energiju dotoka vode u elektranu  $W$  u toku radnog dana, treba u potpunosti iskoristiti u toku radnog dana;
- raspoloživu sedmičnu energiju dotoka vode u elektranu treba u potpunosti iskoristiti u toku sedmice;
- dan se deli na period nižih opterećenja  $t_n=8h$  i period viših opterećenja  $t_v=18h$ ;
- proizvodnja AHE treba da bude takva, da radi sa maksimalnom snagom  $P_M$  što je moguće duže, ali ne duže od  $t_v$  u toku radnog dana;
- proizvodnja u periodu  $t_n$  je moguća i zavisi jedino od raspoložive energije dotoka vode u elektranu.
- preostali deo dijagrama opterećenja popunjava TE u sistemu

Izračunati procenat učešća termo i hidroproizvodnje u bilansu energije ovog elektroenergetskog sistema.

**Rešenje:**

Način rada AHE sa sedmičnom akumulacijom određuje se u odnosu na kriterijumski broj

$$\frac{6}{7}t_v P_M = \frac{6}{7} 1670 = 960 \text{ MW}$$

Pošto je  $W=576 \text{ MWh}$ , to je

$$W < \frac{6}{7}t_v P_M = 960 \text{ MW}$$

Hidroelektrani je određen režim analogno rešenju III.16.b. Energetska vrednost akumulacije iznosi

$$W_a = W \left( 2 - \frac{7W}{144P_M} \right)$$

$$W_a = 576 \left( 2 - \frac{7 \cdot 576}{144 \cdot 70} \right) = 921,6 \text{ MWh}$$

Srednja snaga dotoka vode u AHE iznosi:

$$P_{Sr} = \frac{W}{24} = \frac{576}{24} = 24 \text{ MW}$$

Forsirani rad AHE smešten je u sredinu intervala  $t_v$  i njegovo trajanje određuje se prema relaciji za AHE sa sedmičnom akumulacijom i nižim dotocima u akumulaciju, prema III.16 i slici III.23 i iznosi

$$t'_v = \frac{7W}{6P_M} = \frac{7 \cdot 576}{6 \cdot 70} = 9,6 \text{ h}$$

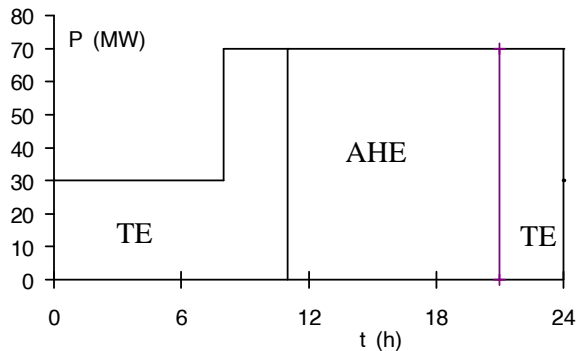
Ukupna dnevna energija hidroizvodnje u sistemu iznosi:

$$W_h = \frac{7W}{6} = t'_v P_M = 672 \text{ MWh}$$

Ukupna dnevna potrošnja u sistemu:

$$W = t_n P_n + t_v P_v = 8 \cdot 30 + 70 \cdot 16 = 1360 \text{ MWh}$$

Ostatak dnevnog dijagrama popunjen je proizvodnjom iz TE. Popunjeni dnevni dijagram opterećenja prikazan je na slici III.32.



Slika III.32

Ukupna dnevna energija termoproizvodnje u sistemu iznosi:

$$W_t = W_d - W_h = 1360 - 672 = 688 \text{ MWh}$$

Procentualno učešće hidroizvodnje:

$$\omega_h = \frac{W_h}{W_d} 100 = 49,4 \%$$

Procentualno učešće termoproizvodnje:

$$\omega_T = \frac{W_t}{W_d} 100 = 50,6 \%$$

**Problem III.24 Redosled popunjavanja konzumnog okvira.** Dnevni dijagram opterećenja jednog elektroenergetskog sistema iz tabele III.15 treba popuniti proizvodnjom elektrana istog sistema. Termoelektrana TEA treba da ispuni minimalni plan angažovanja prema tabeli III.15, ali se, prema potrebi, može računati i sa njenom većom proizvodnjom. Tabela III.16 sadrži osnovne podatke o elektranama koje treba da popune zadati konzumni okvir. Oznake indeksa: M-maksimalno, or-obrtna rezerva, tmin-tehnički minimum, r-raspoloživo, rdot-raspoloživi dotok.

Tabela III.15

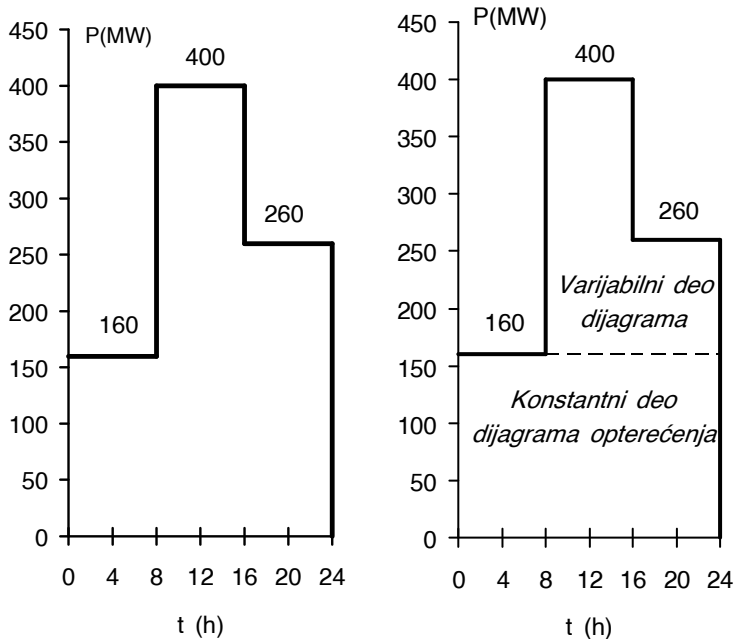
Vreme	Potrošnja	Proizvodnja TEA
(h)	(MW)	(MW]
0-8	160	40
8-16	400	80
16-24	260	60

Tabela III.16

Elektrane	$P_M$	$P_{or}$	$P_{tmin}$	$P_{rdot}$	$W_r$
	(MW)	(MW)	(MW)	(MW)	(MWh)
TEA	120	40	40	-	-
TEB	180	20	60	-	-
PHEC	80	-	-	100	-
AHED	80	-	-	-	640

**Rešenje:**

Dnevni dijagram opterećenja sistema, kao i podela ovog dijagrama na konstantni i varijabilni deo, prikazani su na slici III.33.



Slika III.33

Redosled popunjavanja konzumnog okvira, od podnožja prema vrhu (slika III.34):

1. tehnički minimum TE
2. protočne HE
3. proizvodnja TE iznad tehničkog minimuma
4. proizvodnja AHE u zavisnosti od odnosa snaga/energija sistema
5. proizvodnja AHE u varijabilnom delu dijagrama opterećenja.

Raspoloživa snaga TEA:

$$P_A = P_{MA} - P_{OrA} = 120 - 40 = 80 \text{ MW}$$

Raspoloživa snaga TEA iznad tehničkog minimuma:

$$P_{VA} = P_A - P_{t \min A} = 80 - 40 = 40 \text{ MW}$$

Raspoloživa snaga TEB:

$$P_B = P_{MB} - P_{OrB} = 180 - 20 = 160 \text{ MW}$$

Raspoloživa snaga TEB iznad tehničkog minimuma:

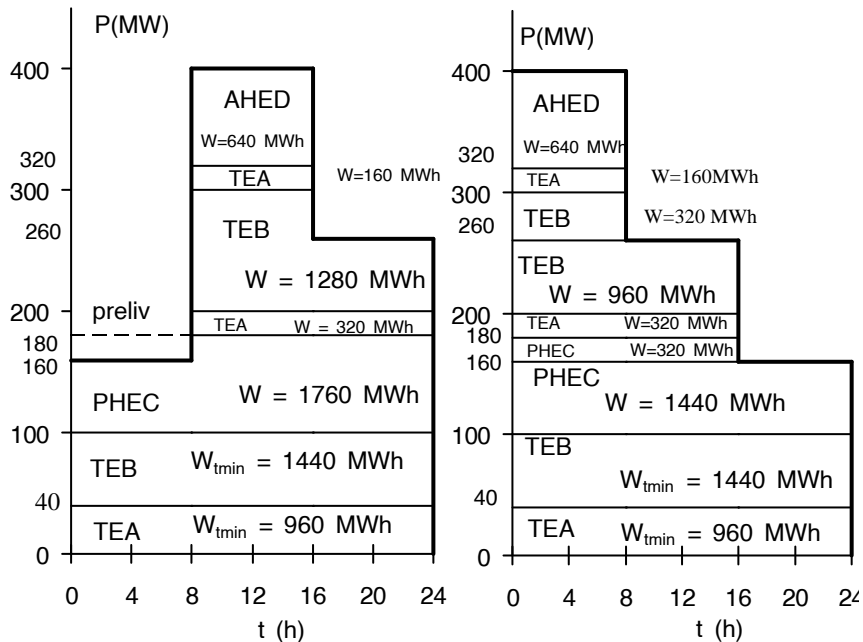
$$P_{vB} = P_B - P_{t\min B} = 160 - 60 = 100 \text{ MW}$$

Preliv u PHEC, od 0 do 8 h:

$$P_{prC} = P_{rdotC} - P_{MC} = 100 - 80 = 20 \text{ MW}$$

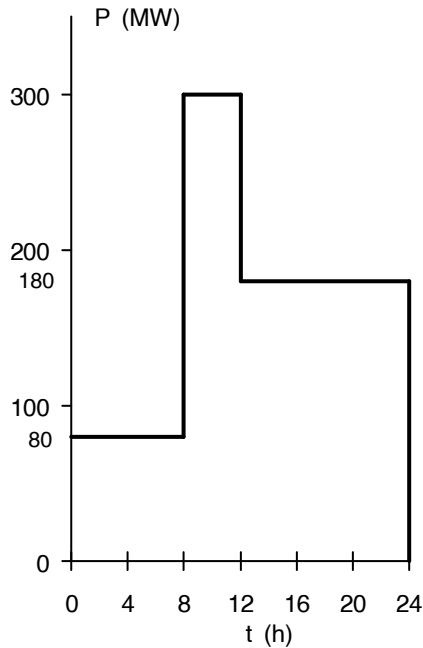
Energija kojom raspolaže AHED može cela da se iskoristi u periodu vršnog opterećenja (8-16) h u radu sa maksimalnom snagom:

$$P_D = P_M = \frac{W_r}{8} = \frac{640}{8} = 80 \text{ MW}$$



Slika III.34

**Problem III.25** Dijagram trajanja opterećenja elektroenergetskog sistema dobijen iz hronološkog dnevnog dijagrama (slika III.35) treba popuniti po ekonomskom kriterijumu angažovanjem elektrana sistema (tabela III.17). Na osnovu dijagrama trajanja opterećenja konstruisati **dijagram energija-snaga**.



Slika III.35

Tabela III.16

<i>Elektrane</i>	$P_M$	$P_{or}$	$P_{tmin}$	$P_{rdot}$	$W_R$
	(MW)	(MW)	(MW)	(MW)	(MWh)
TE	150	15	40	-	-
PHE	120	-	-	140	-
AHE	80	-	-	-	320

**Rešenje:**

Odredimo raspoložive snage elektrana. Raspoloživa snaga TE:

$$P_{TE} = P_{MTE} - P_{orTE} = 150 - 15 = 135 \text{ MW}$$

Raspoloživa snaga TE izvan tehničkog minimuma:

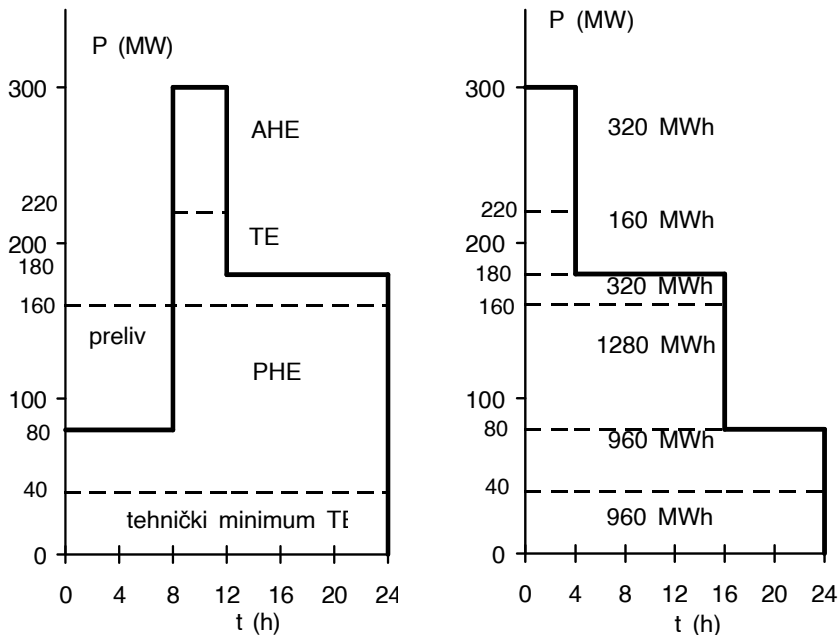
$$P_{VTE} = P_{TE} - P_{t \min TE} = 135 - 40 = 95 \text{ MW}$$

Raspoloživa snaga PHE:

$$P_{PHE} = P_{rdotPHE} = 120 \text{ MW}$$

Energija kojom raspolaže AHED može cela da se iskoristi u periodu vršnog opterećenja (8-12) h u radu sa maksimalnom snagom:

$$P_D = P_M = \frac{W_r}{4} = \frac{320}{4} = 80 \text{ MW}$$

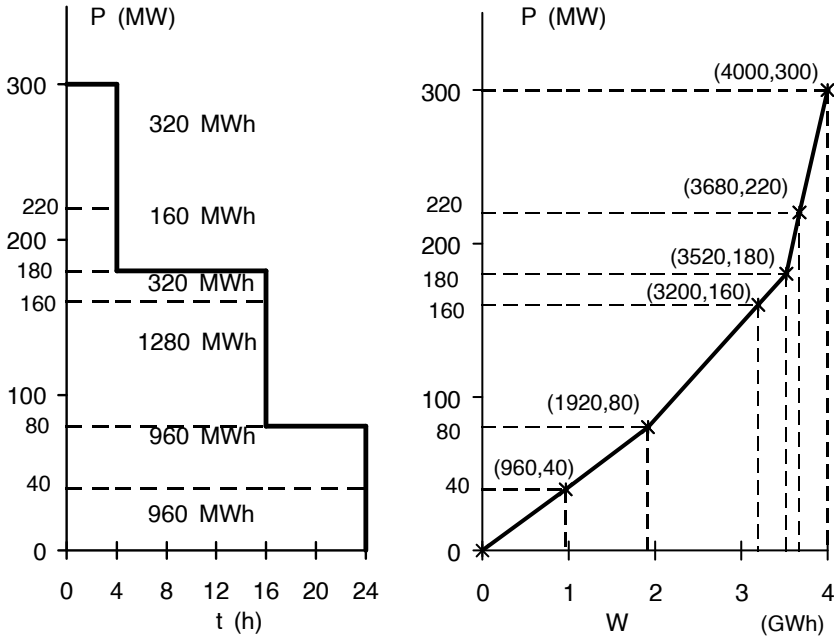


Slika III.36

*Dijagram (kriva) energija-snaga* dobija iz dijagrama trajanja opterećenja (slika III.37), pošto se ovaj konstruiše iz hronološkog dijagrama (slika III.36). Pošto



se izračuna ukupna (dnevna) energija potrošnje/proizvodnje, odredi se "ekstremna" tačka ( $W_d, P_M$ ) dijagrama  $P=f(W)$ . Zatim se određuju ostale tačke dijagrama  $P=f(W)$ , tako što se ide od tačke ( $W_d, P_M$ ) naniže, prema  $W$ -osi. Koordinate sledeće tačke su ( $W_d - \Delta W$ ,  $P_M - \Delta P$ ), gde su  $\Delta W$  i  $\Delta P$  energija i snaga "bloka" proizvodnje energije sa konstantnom snagom. Ovako određena deo-po-deo kriva dobro aproksimira stvarni, složeni oblik krive  $P=f(W)$ . Naravno, može da se pođe i od tačke (0,0) naviše.



Slika III.37

**Problem III.26** Čemu služi kriva energija-snaga? Šta je to *bilans aktivne snage i energije elektroenergetskog sistema*? Kako se on izražava?

**Rešenje:**

*Dijagram (kriva) energija-snaga* jedan je od četiri klasična načina za izradu, odnosno *izražavanje* (predstavu, vizualizaciju) *elektroenergetskih bilansa aktivne snage i energije elektroenergetskog sistema* [17]. Ovi načini su:

1. grafički, popunjavanjem ispod krive opterećenja  $P=f(t)$ , [48];
2. tablični, tabela se dobija iz popunjenog dijagrama, kao pod 1;
3. kriva energija-snaga, iz dijagrama trajanja opterećenja [48];
4. konstantna i varijabilna energija i snaga prema metodi [48].

Kriva energija-snaga ima karakterističan oblik (slika III.37), u donjem delu je dominantan oblik prave, koji u gornjem prelazi u parabolu, pa može da se približno predstavi kao "kvadratna kriva". Ova karakteristika potrošnje i generisanja elektroenergetskog sistema može da posluži i za anticipaciju razvoja potrošnje i raspodele generisanja u elektroenergetskom sistemu, odnosno, ako su ulaz hronološki dijagram i kriva energija-snaga, dobija se željeno angažovanje za dati hronološki dijagram.

*Elektroenergetski bilansi aktivne snage i energije* se izrađuju periodično, mogu da budu dnevni, nedeljni, mesečni ili godišnji. Za njihovu izradu potrebno je poznavanje:

1. dijagrama opterećenja potrošača;
2. raspoložive snage i energije elektrana;
3. troškova proizvodnje elektrana;
4. ugovorenih razmena sa drugim sistemima;
5. stanja raspoloživosti mreže sistema;
6. planova remontovanja agregata;
7. aproksimacije gubitaka za različite kombinacije angažovanih elektrana.

Cilj izrade elektroenergetskih bilansa aktivne snage i energije je optimalna, odnosno, najekonomičnija raspodela snage i energije elektrana i izrada njihovog plana angažovanja u vremenu. U planiranju rada i razvoja sistema aktuelan je i *bilans reaktivne snage i energije*.

***Problem III.27 Simulacija proizvodnje izvora i ograničenja mreže.*** Tri područja jednog elektroenergetskog sistema povezana su dalekovodima, slika III.38. Područje A je mešovito, proizvodno-potrošačko područje sa protočnom hidroelektranom, B je čisto potrošačko područje, dok je C čisto proizvodno područje. Podaci o proizvodno-potrošačkom delu ovog sistema dati su u tabelama III.17-III.19. Uz uobičajene oznake (oznake indeksa: M-

maksimalna snaga, or-obrtna rezerva, rdot-raspoloživi dotok), stopa porasta potrošnje označena je sa p. Potrošnja raste po geometrijskoj progresiji, dok se snaga izvora ne menja. Mreža, koju čine dalekovodi, se takođe ne menja. **Propusna moć voda** se kao podatak o vodovima nalazi u tabeli III.20. Odrediti najekonomičnije angažovanje elektrana elektroenergetskog sistema za petnaestu godinu od posmatrane. **U slučaju povrede ograničenja prenosa** planirana je **korektivna akcija prekidanja petlje ABCA** kod bilo kog čvora. Zadatak rešiti tablično.

Tabela III.17

Područje A	potrošnja		generisanje	
	(h)	(MW)	veličina	(MW)
	0-12	13,9	P <sub>MPE</sub>	40
	12-24	27,8	P <sub>rdot</sub>	30
	p <sub>A</sub> (%)	4	-	-

Tabela III.18

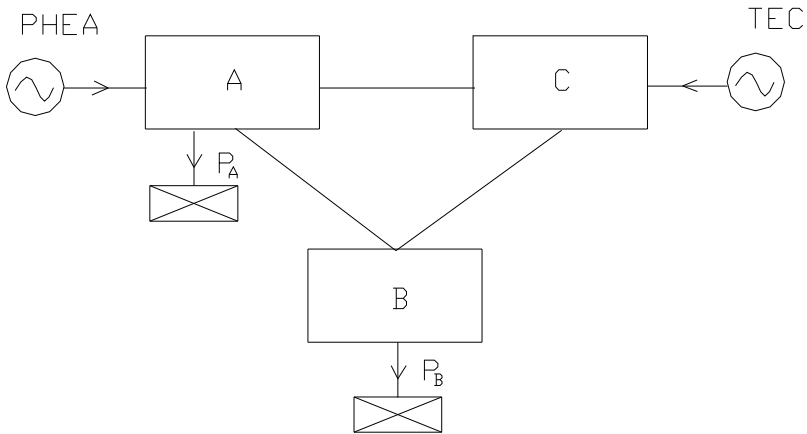
Područje B	potrošnja		generisanje	
	(h)	(MW)	-	-
	0-12	9,1	-	-
	12-24	10,9	-	-
	p <sub>B</sub> (%)	7	-	-

Tabela III.19

Područje C	potrošnja		generisanje	
	-	-	veličina	(MW)
	-	-	P <sub>MTE</sub>	60
	-	-	P <sub>or</sub>	10

Tabela III.20

vodovi	propusna moć voda
	(MW)
AC	15
AB	30
BC	40



Slika III.38

**Rešenje:**

*Propusna moć voda* (MW) je granica do koje vod može da se opteretiti u prenosu. Pitanje propusne moći ili *kapaciteta elemenata mreže* (vdova, transformatora) veoma je važno, vezano je za *sigurnost* rada sistema, dinamiku investiranja i novac. Neke definicije *opteretivosti* koje se koriste u sigurnosti i pouzdanosti sistema biće prikazane u nastavku. U LOLP metodi, na primer, obuhvataju se na specifičan način i ograničenja u prenosnom kapacitetu. Sa ovim problemom srešćemo se i u poglavlju V, u vezi sa problematikom *statičke sigurnosti* elektroenergetskog sistema. Dodatak donosi slično istraživanje na jednoj realnoj mreži sistema. U planiranju sistema *prvo treba pokušati* da se *uska grla*, koja se javljaju u obliku pretećih, potencijalnih *povreda ograničenja prenosnog kapaciteta*, otklone. *Preraspodela generisanja* i *rekonfiguracija mreže* (zadato prekidanje petlje ABCA, kao mogućnost, ovde) su *korektivna sredstva*, ili *korektivne akcije* [38, 49-60], koje stoje na raspolaganju.

*Investiranje u izvore kao i u novu opremu trebalo bi razmotriti tek pošto se ispitaju mogućnosti koje donose ova sredstva* [9].

Izračunajmo, prvo, stope porasta opterećenja u područjima A i B.

$$(1 + p_A)^n = (1 + 0,04)^{15} = 1,8$$

$$(1 + p_B)^n = (1 + 0,07)^{15} = 2,76$$

Za petnaest godina, područja A i B će imati situaciju prikazanu u tabelama III.21 i III.22.

Tabela III.21

Područje A	potrošnja		snaga izvora	
	(h)	(MW)	veličina	(MW)
	0-12	25	P <sub>MPHE</sub>	40
	12-24	50	P <sub>rdot</sub>	30

Tabela III.22

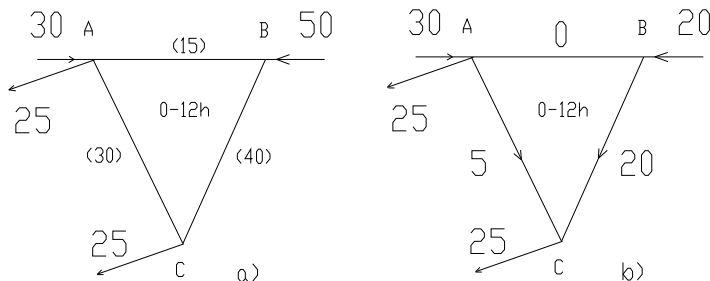
Područje B	potrošnja		snaga izvora	
	(h)	(MW)	-	-
	0-12	25	-	-
	12-24	30	-	-

Područje C se nije razvijalo i prikazano je tabelom III.19. Ni mreža se nije razvijala. S obzirom da hronološke dijagrame možemo da podelimo na istom mestu (12h) na dva konstantna dela (niže i više opterećenje) i uzimajući u obzir da u svakom čvoru mreže važi jednačina bilansa tokova snaga, analiziraćemo na slikama III.39 do III.41 stanje sistema od 0 do 12 h i od 12 do 24 h. Raspoložive snage elektrana sistema iznose:

$$P_{PHEA} = P_{rdot} = 30 \text{ MW}$$

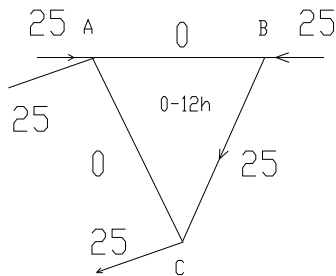
$$P_{TEC} = P_{MTE} - P_{Or} = 60 - 10 = 50 \text{ MW}$$

Mogućnosti sistema za period od 0 do 12 h prikazane su na slici III.39.a, a jedna ostvariva raspodela snaga za isto razdoblje, data je na III.39.b.



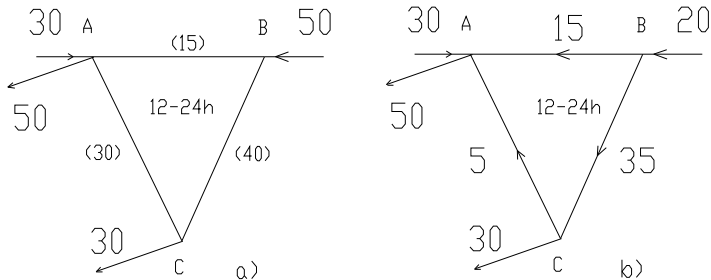
Slika III.39

Druga ostvariva raspodela za isto razdoblje, prikazana je na slici III.40.



Slika III.40

Od dve varijante, ekonomičnija je ona na slici III.39.a, zbog manjeg angažovanja termoproizvodnje. Mogućnosti za proizvodnju i prenos kojima raspolaže sistem od 12 do 24h data je na slici III.41.a. Realizacija je prikazana na III.41.b\*.



Slika III.41

Angažovanje elektrana sistema prikazano je u tabelama III.21 i III.22.

Tabela III.21

Područje A	potrošnja		snaga izvora	
	(h)	(MW)	PHEA (MW)	TEC (MW)
	0-12	25	30	20
	12-24	50	30	50

\*Errata: na sl.III.39-41 oznake čvorova B i C treba međusobno zameniti; zatim u C injektiranje 50MW umesto 20MW na sl. III.41.b)

Tabela III.22

Područje B	potrošnja		snaga izvora	
	(h)	(MW)	PHEA (MW)	TEC (MW)
	0-12	25	30	30
	12-24	30	30	50

**Problem III.28** Propusna moć voda predstavlja važno ograničenje koje se tiče ne samo planiranja razvoja prenosnih mreža, već i planiranja izgradnje izvora i potrošnje. Naznačiti **definicije koje se primenjuju u vezi sa ograničenjima kapaciteta prenosa**.

**Rešenje:**

*Ograničenja kapaciteta prenosa* se odnose na mogućnosti (propusne moći) prenosa vodova i transformatora.

Obično se za vodove dužine do 100km, za gornju granicu prenosa aktivne snage uzima *termička granica*. Dužine do 300km unose i *naponska ograničenja*, osim ako nije obezbeđena otočna kompenzacija. Dugačkim vodovima (>300km) nametnuta su i *ograničenja stabilnosti*.

Sa stanovišta dugoročnog planiranja, za korisnike DC proračuna tokova snaga, posebno je važno prevođenje ograničenja stabilnosti na ograničenje razlike uglova u čvorovima mreže.

*Ograničenja ugaone stabilnosti* izražavaju ograničenje koje razlozi statičke, dinamičke i tranzijentne (za duge vodove) stabilnosti nameću prenosu snage kroz prenosni vod [9].

Tipično *naponsko ograničenje* za predajni kraj iznosi 1.05rj (relativnih jedinica) i određeno je najvišim položajem menjača na odvojcima transformatora za promenu napona pod opterećenjem. Kod potrošača, napon može da opadne i do 0.9rj. Opterećenje potrošača se neće promeniti ako napon potrošača bude u gore navedenim granicama. Poznato je da napon na prijemnom kraju voda opada sa povećanjem snage koja se prenosi. Ovo je pitanje oblasti koja se naziva *naponska stabilnost*. Postoji trenutak kada napon na prijemnom kraju preopterećenog voda padne toliko da ne može da "podrži" tok snage voda ("*naponski kolaps*") [61,62]. Preventivno se zbog

toga smatra da su mogućnosti opterećivanja voda iscrpljene kada napon na prijemnom kraju opadne na 0.9rj, zbog naponskog kolapsa.

Uz *termička ograničenja vodova u ustaljenom stanju (normalni pogon)*, javlja se i jedno ili više *kratkotrajnih ograničenja* (od 10 minuta do 1 sata), koja su proračunata za primenu u slučaju opasnosti, odnosno, iznenadnih događaja (ispadi vodova, transformatora, generatora). Ovo ograničenje može da bude do 20% više od nominalnog, određenog za normalni pogon [9,63]. *Kratkotrajno opterećenje* je ograničenje proračunato za model izdvojene komponente sistema (voda, transformatora) u vremenskom domenu (dinamički model) [63].

*Dugotrajno opterećenje (MVA)* označava da je komponenta sistema u stanju da podrži navedeno opterećenje (MVA) u toku 24 sata, pošto mreža bude oslabljena jednim ispadom.

*Pravo kratkotrajno opterećenje (MVA)* predstavlja granicu do koje komponenta sistema sme da bude opterećena u trajanju od 15 minuta pošto se u sistemu dogodio jedan, ili više ispada. To je vreme za korektivne akcije i predstavlja vremensku skalu za njihovu egzekuciju.

*Ograničenje normalnog pogona (nominalno)* važi za maksimalno dnevno opterećenje sistema *u kritičnom danu u godini*, ali tako da se uzimaju u obzir i dnevni ciklusi potrošnje sistema. Podela ograničenja na nominalno, kratkotrajno i dugotrajno važi i za transformatore, ali je uobičajeno da oni ipak ne predstavljaju uska grla u konceptu sigurnosti i da je u slučajevima opasnosti po sistem, pre ugrožen njihov vek trajanja nego trenutna *funkcija* (prenos) [38].

Navedene definicije evoluiraju sa razvojem *koncepta sigurnosti* velikih mreža. Kao što se može primetiti, mogućnost opterećivanja uređaja zavisi od složenosti mreže u koju je komponenta uključena, kao i od prethodnog i tekućeg opterećenja mreže. I raspoloživost uređaja ima gradaciju, u kojoj vreme učestvuje. Ne može se prosto reći, da li je uređaj raspoloživ, ili ne. Na primer, on jeste raspoloživ sledećih 15 minuta, ali, ako se ne preduzme neka korektivna akcija, onda ispada i on i ko zna šta još. *Koncept statičke sigurnosti*, koji se zasniva na statičkim “snimcima” sistema koje daje proračun tokova snaga (“jedini operativni koncept sigurnosti sistema” [65], kako ga 1987 naziva Stott, što je i do danas ostalo) napisano je puno, ali možda najbolji za popularizaciju je “Anatomija raspada elektroenergetskog sistema”, o dvadesetčetvoročasovnom pomračenju Njujorka, jula 1977 godine, [66].



## IV Elementi pouzdanosti: LOLP metoda

**Problem IV.1** Kako se definiše *pouzdanost*?

**Rešenje:**

*Pouzdanost* je *verovatnoća* da će posmatrani *elemenat* (komponenta mreže) obavljati svoju *funkciju* na *adekvatan način*, u toku *predviđenog perioda* vremena i pod svim uslovima koji u toku rada mogu da nastupe [43]. Znači,

- *verovatnoća*, nasuprot determinističkom pristupu;
- *elemenat* je bilo koja komponenta elektroenergetskog sistema;
- *funkcija* elementa je jedna, najbitnija funkcija komponente (prenos, na primer), koja čini osnovnu pretpostavku adekvatnog rada;
- *adekvatan rad*: termin treba da posluži da se postave granice modela, na primer, da li je narušavanje učestanosti i napona u sistemu, i do kojih granica, takođe i narušavanje *funkcije* sistema, ili je to tek totalni raspad sistema?
- *vreme*: statistika ponašanja elementa u prošlosti služi za predviđanje ponašanja elementa (sistema) u budućnosti [67];

*Pouzdanost* je, prema tome i metoda *kvantitativnog određivanja* mogućih *događaja* koja može da posluži u ocenjivanju *relativnih prednosti alternativnih predloga projekta* jednog sistema, s obzirom na *unapred usvojeni nivo adekvatnog rada* sistema čija se realizacija razmatra.

Ovo je važna definicija i poslužiće nam da generišemo “probleme” u ovom, ali i u sledećem poglavlju i da ih rešimo “na planerski način”. Pokazatelji pouzdanosti biće odabrani tako da se akademski primer lakše numerički reši, ali će, kao specifičnost ove knjige, biti traženo i (ovde barem jedno) *alternativno rešenje*, da bi se simuliralo *generisanje potencijalnih rešenja i izbor*, što je u osnovi planiranja (pristup scenarija). Podsetimo se samo definicije *heuristike* iz II poglavlja. Heuristička je ona metoda koja se koristi generisanjem potencijalnih rešenja i testiranjem rešenja na unapred usvojeni *kriterijum, ili nivo adekvatnog rada (heuristika = generisanje “rešenja” + testiranje)* [41]. Tabela izračunavanja su zastupljena i u ovom poglavlju. S obzirom na pretenzije da se pokriju što šire oblasti planiranja sistema na što elementarniji način, ostaje jedino da se ukaže na literaturu dostupnu na srpskom [67], kao i svetsku literaturu iz ove oblasti (navedena knjiga).

Primena teorije verovatnoće ne dovodi do određivanja preciznih vremena kada će se događaji desiti, niti do određivanja, opisivanja ili definisanja diskretnih događaja. Prednost primene ove teorije je upravo u određivanju *relativne prednosti* alternative s obzirom na *unapred definisani kriterijum*. Odgovor se daje *u terminima probabilistike (verovatnoće)*. Slično, heuristički, problem III.2 daje odgovor rešavanja planerskog problema izbora generatora, ali *na deterministički način*.

**Problem IV.2** Šta je to *događaj*? Šta su *isključivi*, a šta *komplementarni događaji*? Šta je *intenzitet otkaza elementa*?

**Rešenje:**

*Događaj* je odabrani podskup svih ishoda, koji imaju barem jednu, jedinstvenu, zajedničku osobinu. Na primer, bacanje novčića proishodi ili "glavom", ili "pismom". Verovatnoća događaja "glava" izračunava se kao

$$p(\text{"glava"}) = \frac{\text{broj puta "glava"}}{\text{ukupan broj bacanja}} = p$$

Događaji "glava" i "pismo" su *međusobno isključivi*, odnosno, ako se dogodio jedan od njih, isključeno je da se mogao dogoditi onaj drugi. Oni su takođe i *komplementarni*, pošto, ako se nije dogodio prvi, sigurno se desio drugi, i obrnuto. Verovatnoća događaja "pismo" dobija se kao

$$p(\text{"pismo"}) = \frac{\text{broj puta "pismo"}}{\text{ukupan broj bacanja}} = q$$

$$p + q = 1$$

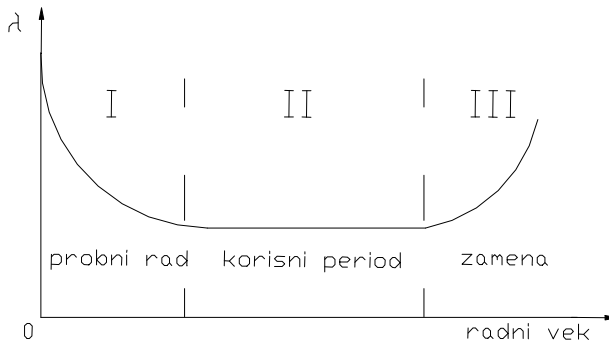
Ovaj *dualizam* među događajima, odnosno, da je događaje moguće podeliti na samo dve grupe, uspeh i neuspeh, radi i ne radi, raspoloživ i nije raspoloživ, prisutan je i na elementarnom i na složenijem nivou, ali se za složenije sisteme obično ne može odrediti samo na osnovu njihove geometrije, kao kod novčića. U fizičkim sistemima koji poseduju statističku regularnost, kao što su životni vek uređaja, dešavanja određenih kvarova, itd., raspoloživosti ili *pokazatelji verovatnoće* se dobijaju evidentiranjem

velikog, ukupnog broja slučajeva. Tada govorimo o *verovatnoći kao učestanosti događanja*. Tamo gde nema regularnosti, teorija verovatnoće ne važi. Događaji rad/kvar mogu da budu registrovani i nad elementima u vremenu.

*Intenzitet kvara*  $\lambda = \lambda(t)dt$  je verovatnoća da će element otkazati u narednom trenutku  $dt$ , ako je do trenutka  $t$  bio ispravan [67]. Intenzitet kvara je i pokazatelj *broja prelazaka iz stanja rada u stanje kvara*, u dovoljno dugom periodu vremena i za veliki broj posmatranih komponentata [68].

$$\lambda(t) = \frac{\text{broj kvarova do vremena } t}{\text{ukupan broj komponentata}}$$

i ima karakterističan oblik ("kada"), prikazan slikom IV.1.



Slika IV.1 [43]

Posle *probnog rada* (I) sa povećanim brojem otkaza ulazi se u *period eksploatacije* (II) koji obeležava statistička regularnost, da bi učestaliji ispadi naznačili da je vreme za *zamenu* (III). Naša razmatranja biće vezana za oblast II. *Intenzitet kvara*  $\lambda$  i *intenzitet obnavljanja*  $m$  definišu se u odnosu na srednje ukupno vreme koje je elementu potrebno da bi okončao jedan eksploatacioni ciklus (na pr. kvar, popravka, ponovni rad). Pritom je *srednje ukupno vreme* = *srednje vreme u kvaru* + *srednje vreme u radu* [68].

$$\lambda = 1/(\text{srednje vreme u radu}) \quad m = 1/(\text{srednje vreme u kvaru})$$

*Srednja učestanost kvara* definiše se kao  $f = 1/(\text{srednje ukupno vreme})$ .

**Problem IV.3** Od dvesta pokušaja stavljanja dalekovoda pod napon, bilo je dva neuspešna. Kako se **izračunava verovatnoća** uspešnog i neuspešnog uključjenja.

**Rešenje:**

Događaji uspešno (A) i neuspešno uključjenje (ne-A) su isključivi i komplementarni.

$$p(A) = p = \frac{N_A}{n} = \frac{198}{200} = 0,99$$

$$p(\bar{A}) = q = \frac{n - N_A}{n} = 1 - p = 0,01$$

$$p + q = 1$$

**Problem IV.4** Navesti **pravila za kombinovanje verovatnoća**.

**Rešenje:**

*Pravila za kombinovanje verovatnoća* [43] su osnova za sva razmatranja u ovom poglavlju.

1. Dva događaja su *nezavisna*, ako dešavanje jednog ne utiče na verovatnoću nastupanja drugog događaja.
2. Dva događaja su *isključiva*, ako ne mogu oba da se dogode (i rad i kvar, na primer).
3. Verovatnoća nastupanja dva *nezavisna događaja proizvod je verovatnoća* ovih događaja. Neka su A i B nezavisni događaji, tada

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

U notaciji teorije skupova  $p(A \cap B)$  je verovatnoća *novog događaja* pod nazivom "i A i B", koja se, sa druge strane, izračunava kao *proizvod* verovatnoća nezavisnih događaja. Znak množenja čita se kao "i". *Verbalizacija iskaza* je veoma važna i pomaže da se iskaz formira kao matematički izraz.

4. Verovatnoća *nastupanja bilo kojeg* od dva *isključiva događaja zbir je verovatnoća* ovih događaja. Neka su A i B isključivi događaji, tada

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

U notaciji teorije skupova  $p(A \cup B)$  je verovatnoća *novog događaja* pod nazivom *“ili A ili B”* koja se, sa druge strane, izračunava kao *zbir* verovatnoća isključivih događaja. Znak sabiranja čita se kao *“ili”*.

5. Verovatnoća nastupanja *bilo kojeg od dva, ili oba* događaja *ako oni nisu isključivi*, data je kao

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A) \cdot p(B)$$

ako su A i B ipak isključivi događaji, verovatnoća njihovog istovremenog nastupanja je, naravno, nula i  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ .

6. Kada se dopunski uslovi nametnu jednom delu skupa događaja, tada se verovatnoće u vezi sa podskupom nazivaju *uslovnim verovatnoćama*.
7. Verovatnoća istovremenog dešavanja dva događaja jednaka je proizvodu verovatnoće prvog događaja i uslovne verovatnoće drugog događaja, određenog *pod uslovom* da se prvi događaj desio. Verovatnoća događanja A, ako je dato B piše se kao  $p(A|B)$ .

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B|A)$$

$$p(A \cap B) = p(B) \cdot p(A|B)$$

Ako su A i B nezavisni događaji, tada imamo slučaj 3, s obzirom na

$$p(B|A) = p(B)$$

$$p(A|B) = p(A)$$

8. Ako je dešavanje događaja A zavisno od izvesnog broja događaja  $B_j$  koji su međusobno isključivi, tada je

$$p(A) = \sum_{i=1}^j p(A|B_i) \cdot p(B_i)$$

Ako je dešavanje A zavisno od samo dva međusobno isključiva događaja u vezi sa komponentom B (rad i kvar,  $B_X$  i  $B_Y$ ), tada

$$p(A) = p(A|B_X) \cdot p(B_X) + p(A|B_Y) \cdot p(B_Y)$$

Ako je A definisano kao kvar sistema, tada

$$p(\text{sistem u kvaru}) = p(\text{sistem u kvaru ako B radi}) p(B_X) + \\ + p(\text{sistem u kvaru ako B ne radi}) p(B_Y)$$

Komplementarna situacija je slična po obliku kada je događaj A definisan kao rad sistema:

$$p(\text{sistem radi}) = p(\text{sistem radi ako B radi}) p(B_X) + \\ + p(\text{sistem radi ako B ne radi}) p(B_Y)$$

9. *Matematičko očekivanje*: razmotrimo model zasnovan na verovatnoći čijim je ishodima  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , moguće pridružiti verovatnoće  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ . Matematičko očekivanje promenljive  $x$  definisano je kao

$$E(x) = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + \dots + p_nx_n = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

Matematičko očekivanje je ponderisana srednja vrednost mogućih ishoda, sa verovatnoćom kao težinskim faktorom. U LOLP metodi,  $x$  je vreme  $t$ . Matematičko očekivanje ne implicira najveću verovatnoću ili najveću učestanost nekog događaja, ali je dobra mera za formiranje kriterijumske vrednosti, ili *usvojenog nivoa adekvatnog rada*, o čemu smo na početku govorili.

10. *Binomna raspodela*: eksperimenti koji se sastoje od nezavisnih ponavljanja pokušaja fiksne verovatnoće  $i$  sa dualnim ishodom, *pokazuju diskretnu raspodelu ishoda binomnog tipa*. Ako je  $p$  verovatnoća pozitivnog a  $q$  negativnog ishoda,  $p + q = 1$ , onda je verovatnoća da se iz  $n$  pokušaja dobije  $r$  pozitivnih ishoda (a  $n-r$  negativnih)

$$P_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r (1-p)^{n-r} = {}_n C_r p^r q^{n-r}$$

a to je r-ti član binomnog razvoja  $(p + q)^n$ . Znači,

$$(p + q)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r p^r q^{n-r} = 1$$

Koeficijente binomnog razvoja dobijamo i iz *Pascal-ovog trougla*

n=0				1			
n=1				1	1		
n=2			1	2	1		
n=3		1	3	3	1		
n=4		1	4	6	4	1	
n=5	1	5	10	10	5	1	
...itd.							

(pošto se ispišu jedinice od vrha trougla prema dole, unutrašnji članovi razvoja dobijaju se sabiranjem dva člana prethodnog reda, simetrično iznad posmatranog mesta). Na primer,

$$(p + q)^5 = p^5 + 5p^4q + 10p^3q^2 + 10p^2q^3 + 5pq^4 + q^5 = 1$$

Binomna raspodela je osnova matematičkog modela u ovom poglavlju. Pojava (eksperiment) ima uslove za primenu ovog modela onda, kada su ispunjene ove osobine: a) utvrđeni broj pokušaja u eksperimentu (na primer, dvesta pokušaja stavljanja dalekovoda pod napon); b) svaki pokušaj rezultira uspehom ili neuspehom; c) u celom eksperimentu verovatnoća uspešnog ishoda je ista; d) svi pokušaji moraju biti nezavisni [43].

**Problem IV.5** Novčić se baca sedam puta. Verovatnoća da se iz jednog pokušaja dobije “glava” iznosi  $p=0,5$ . Potrebno je da se izračuna **raspodela verovatnoće** za broj slučajeva kada padne “glava” novčića. Nacrtati ovu raspodelu.

**Rešenje:**

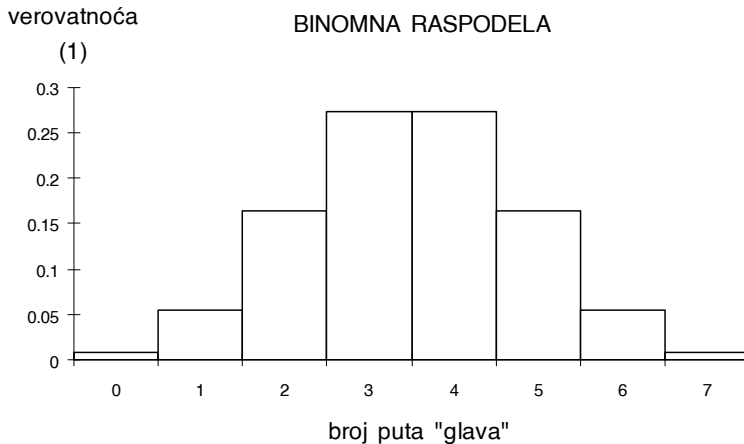
Raspodela verovatnoće se dobija iz izraza

$$(p + q)^7 = 1$$

gde je  $p=q=0,5$ . Verovatnoća da se dobije "pismo" označena je sa  $q$ .

$$(p + q)^7 = p^7 + 7p^6q + 21p^5q^2 + 35p^4q^3 + 35p^3q^4 + 21p^2q^5 + 7pq^6 + q^7 = 1$$

Svaki od sabiraka predstavlja jedan od mogućih, ravnopravnih ishoda eksperimenta. Na primer, postoji i jedan takav rezultat u kojem bi pet puta "pala" "glava" a dva puta "pismo" i mi znamo da ovaj *dogadjaj* može da se desi na 21 *način* (uzimajući u obzir i redosled javljanja pismo/glava kod svakog bacanja). Samo su "sedam puta glava" ili "sedam puta pismo" događaji koji mogu da se dogode na samo jedan način. Sva moguća bacanja su *isključivi* događaji (pravilo 4) i zato samo *u sumi* (=ili) daju celokupnost (=1) ishoda eksperimenata sa sedam bacanja. Kada smo ranije tvrdili da je *verbalizacija iskaza veoma važna i pomaže da se iskaz formira kao matematički izraz*, mislili smo na upravo sprovedeni postupak. Jedino, ovde je iz matematičkog izraza dobijen verbalni iskaz, a ne obrnuto. Slika IV.2 i tabela IV.1 prikazuju *simetričnu binomnu raspodelu* koja se dobija u ovom slučaju, pošto je  $p=q=0,5$ .



Slika IV.2

*Verbalizacija problema* je važna u postupku *prebrojavanja stanja (state enumeration)*, kada veliki broj *stanja* (ili događaja) male verovatnoće (ili kontribucije) *ostaje neprebrojan*.



Izrazi mogu da se formiraju i samo za očigledna stanja, značajne verovatnoće (ili kontribucije, kao u pravilu 9).

Tabela IV.1

broj puta "glava"	stanje	verovatnoća
0	$p^7$	0,007813
1	$7p^6q$	0,054688
2	$21p^5q^2$	0,164063
3	$35p^4q^3$	0,273438
4	$35p^3q^4$	0,273438
5	$21p^2q^5$	0,164063
6	$7pq^6$	0,054688
7	$q^7$	0,007813
$\Sigma$		1,000000

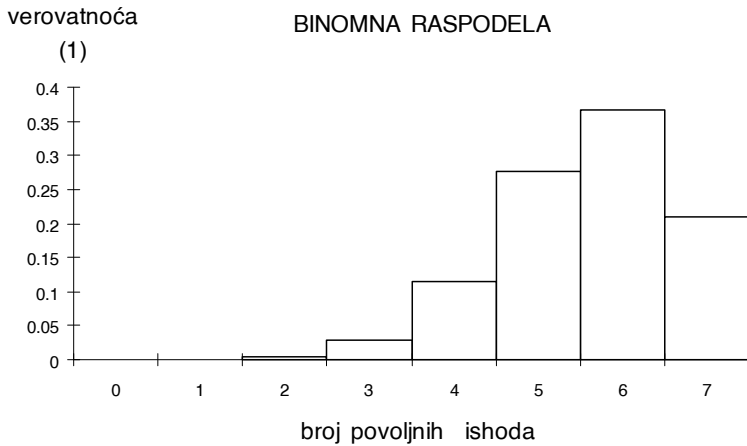
**Problem IV.6** Razmotrimo slučaj binomne raspodele kada je verovatnoća povoljnog ishoda u jednom pokušaju  $p=0,2$ . **Eksperiment** se sastoji od sedam pokušaja. Potrebno je da se izračuna **binomna raspodela verovatnoće** za slučajevne povoljnog ishoda. Nacrtati ovu raspodelu.

**Rešenje:**

Binomna raspodela u ovom slučaju *nije simetrična* (tabela IV.2, slika IV.3).

Tabela IV.2

broj puta "glava"	stanje	verovatnoća
0	$p^7$	1,28E-05
1	$7p^6q$	0,000358
2	$21p^5q^2$	0,004301
3	$35p^4q^3$	0,028672
4	$35p^3q^4$	0,114688
5	$21p^2q^5$	0,275251
6	$7pq^6$	0,367002
7	$q^7$	0,209715
$\Sigma$		1,000000

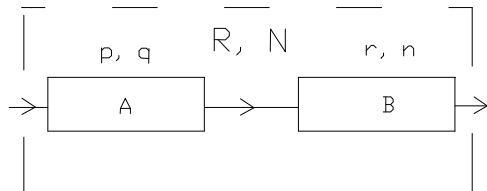


Slika IV.3

*Problem IV.7 Raspoloživost redne veze.* Sistem čine dve redno povezane komponente, A i B. Verovatnoća rada elementa (raspoloživost) A je  $p$ , a kvara (neraspoloživost)  $q$ , dok je raspoloživost komponente B jednaka  $r$ , a neraspoloživost  $n$ . Predstaviti raspoloživost sistema s obzirom na njegovu funkciju prenosa, pomoću pravila za kombinovanje verovatnoća.

**Rešenje:**

Interpretiraćemo događaje (stanja) rada i kvara ovog složenog sistema pomoću pravila za kombinovanje verovatnoća.



Slika IV.4

Stanja ukupne raspoloživosti oba elementa sistema su nezavisni događaji. Sva stanja sistema dobijaju se primenom pravila 3 na sistem, ili

$$(p + q)(r + n) = 1$$

Grupišimo proizvod ovako,

$$pr + (pn + rq + qn) = 1$$

Sistem je raspoloživ samo ako su *i jedan i drugi* element raspoloživi (pravilo 3). Verovatnoća događaja "sistem je raspoloživ" označena je sa R.

$$R = pr$$

Neraspoloživost sistema N je evidentna kada je neraspoloživ ili prvi (dok drugi radi), ili drugi (dok prvi radi), ili kada su oba neraspoloživa, odnosno

$$N = pn + rq + qn$$

Vidimo, sistem se ponaša kao jedan ekvivalentan element (slika IV.4), raspoloživosti R i neraspoloživosti N,

$$R + N = 1$$

Najjednostavnije je, za rednu vezu dva elementa, naći prvo raspoloživost R, a potom neraspoloživost izračunati kao  $N = 1 - R$ . Tada imamo i najmanje operacija sabiranja i množenja. Međutim, neraspoloživost sistema možemo da odredimo i po pravilu 5, pošto su rad i kvar na elementima A i B nezavisni i isključivi kod svakog od elemenata, ali nisu i isključivi događaji između elemenata (na primer, kvar A ne isključuje kvar B).

$$N = pn + rq + qn$$

$$N = (1 - q)n + (1 - n)q + qn$$

$$N = q + n - qn$$

Što može da se interpretira i ovako: "sistem ne radi kada ne radi A i bilo šta da se dogodilo sa B, ili kada ne radi B i bilo šta da se desilo sa A, od čega treba oduzeti jednom  $qn$  pošto je dvaput citirano kao događaj, a dešava se samo na jedan način", odnosno

$$N = q \cdot 1 + n \cdot 1 - qn = q(r + n) + n(p + q) - qn$$

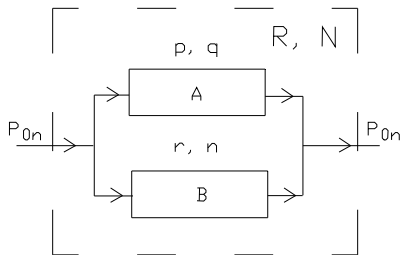
$$N = q + n - qn$$

Ovo je tipičan primer rešavanja verbalizacijom problema.

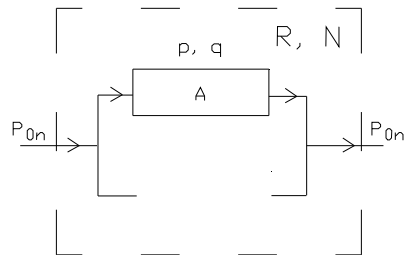
**Problem IV.8 Raspoloživost paralelne veze. Potpuno redundantan sistem** čine dve paralelno povezane komponente, A i B. Raspoloživost komponente A je p, a neraspoločivost q, dok je raspoloživost elementa B jednaka r, a neraspoločivost n. Predstaviti raspoloživost sistema s obzirom na njegovu funkciju prenosa, pomoću pravila za kombinovanje verovatnoća.

**Rešenje:**

Potpuno *redundantan* (*ridondanza* - ital. - izobilje, rečitost, suvišnost) je onaj sistem kojem je funkcija (prenos) 100% očuvana, bez obzira na umanjeње verovatnoće da takav sistem zbog oslabljenja opstane u radu. Primetimo da se u postavci problema propusna moć elementa ne javlja se kao zadato ograničenje. Protumačićemo događaje (stanja) rada i kvara i ovog složenog sistema, *dualnog* prethodnom (u smislu električnog kola [6]), pomoću pravila za kombinovanje verovatnoća.



Slika IV.5



Slika IV.6

Sistem se ponaša kao jedan ekvivalentan element (slika IV.5), raspoloživosti R i neraspoločivosti N. Ispadom jednog elementa (slika IV.6), snagu P<sub>0n</sub> prenosi preostali element. Stanja ukupne raspoloživosti oba elementa sistema su *nezavisni događaji*. Sva stanja sistema dobijaju se primenom pravila 3 za kombinovanje verovatnoća, ili

$$(p + q)(r + n) = 1$$

$$(pr + pn + rq) + qn = 1$$

Sistem je neraspoloživ jedino ako su *i jedan i drugi* (znak množenja) element neraspoloživi (pravilo 3). Verovatnoća događaja "sistem je neraspoloživ" označena je sa N. Primetimo da konsekvantna verbalizacija nije baš uvek u duhu jezika.

$$N = qn$$

Raspoloživost sistema R je evidentna kada je raspoloživ ili jedan, ili drugi, ili oba elementa, odnosno

$$R = pr + pn + rq$$

$$R + N = 1$$

Najjednostavnije je, za paralelnu vezu dva elementa, naći prvo neraspoloživost N, a potom raspoloživost izračunati kao  $R = 1 - N$ . Tada imamo i najmanje operacija sabiranja i množenja. Međutim, raspoloživost sistema možemo da odredimo i po pravilu 5, pošto su rad i kvar na elementima A i B nezavisni između elemenata, ali ne i međusobno isključivi događaji (na primer, kvar A ne isključuje kvar B).

$$R = pr + pn + rq$$

$$R = pr + p(1 - r) + r(1 - p)$$

$$R = p + r - pr$$

Što može da se interpretira i ovako: "sistem radi kada radi A i bilo šta da se desilo sa B, ili kada radi B i bilo šta da se desilo sa A, od čega treba oduzeti jednom pr pošto je dvaput citirano kao događaj, a dešava se samo na jedan način", odnosno

$$R = p \cdot 1 + r \cdot 1 - pr = p(r + n) + r(p + q) - pr$$

$$R = p + r - pr$$

Primenimo u ovde i pravilo 8, formulu uslovne verovatnoće.

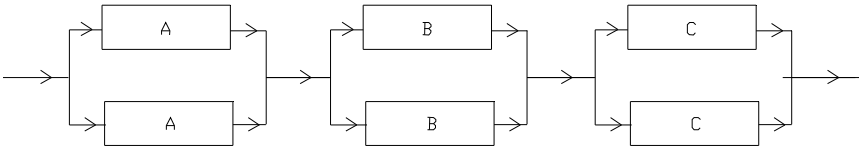
$$N = (\text{neraspoloživost sistema ako A radi}) \cdot p + \\ + (\text{neraspoloživost sistema ako A ne radi}) \cdot q$$

S obzirom da je (neraspoloživost sistema ako A radi)=0 i da je (neraspoloživost sistema ako A ne radi)=n, dobijamo

$$N = qn$$

Što je i trebalo pokazati.

**Problem IV.9** Izračunati *raspoloživost šeme* na slici IV.7 ako su sistemi A, B i C potpuno redundantni. Poznate su verovatnoće rada  $p_A=p_B=p_C=0,95$ .



Slika IV.7

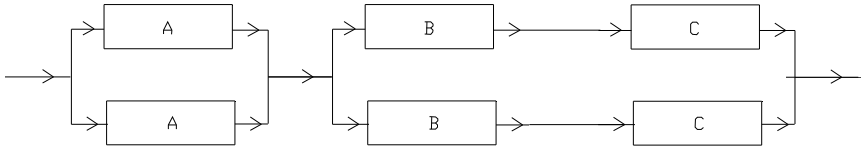
**Rešenje:**

$$R = \left[ 1 - (1 - p_A)^2 \right] \left[ 1 - (1 - p_B)^2 \right] \left[ 1 - (1 - p_C)^2 \right]$$

$$R = \left[ 1 - (1 - p_A)^2 \right]^3$$

$$R = \left[ 1 - (1 - 0,95)^2 \right]^3 = 0,99251873$$

**Problem IV.10** Izračunati *raspoloživost šeme* na slici IV.8 ako su sistemi A, i BC potpuno redundantni. Poznate su verovatnoće rada  $p_A=p_B=p_C=0,95$ .



Slika IV.8

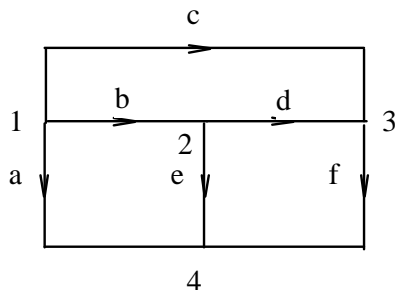
**Rešenje:**

$$R = \left[ 1 - (1 - p_A)^2 \right] \left[ 1 - (1 - p_{BC})^2 \right]$$

$$R = \left[ 1 - (1 - p_A)^2 \right] \left[ 1 - (1 - p_B p_C)^2 \right]$$

$$R = \left[ 1 - (1 - 0,95)^2 \right] \left[ 1 - (1 - 0,95^2)^2 \right] = 0,9880175$$

**Problem IV.11** Na orijentisanom grafu na slici IV.9 čvorovi su generatorske i potrošačke sabirnice a grane moguće trase postavljanja vodova. Potrošače (čvorovi 2,3,4) treba povezati sa izvorom (čvor 1) tako da bude zadovoljen princip “što veće pouzdanosti za što veći broj potrošača”, pri čemu mrežu čini jedno od mogućih stabala grafa. Svaka grana (vod) ima istu raspoloživost ( $0 \leq p \leq 1$ ). Treba obaviti *rangiranje varijanti mreže prema kriterijumu “što veće pouzdanosti za što veći broj potrošača”*.



Slika IV.9

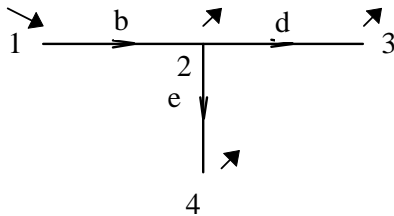
**Rešenje:**

Matrica incidencije A za graf na slici IV.9

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d & e & f \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

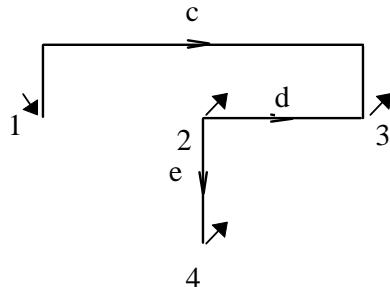
Broj mogućih stabala grafa određuje se prema relaciji koju daje Binet-Cauchy teorema iz teorije električnih kola [6]

$$n = \det(A A^T) = 16$$



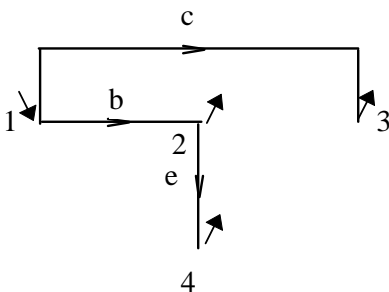
Slika IV.10

$$p_2 = p, \quad p_3 = p^2, \quad p_4 = p^2$$

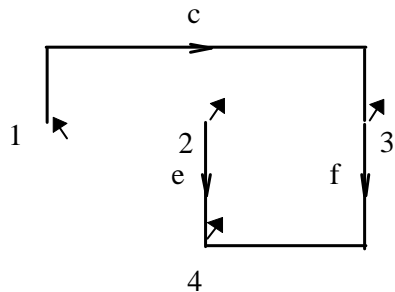


Slika IV.11

$$p_2 = p^2, \quad p_3 = p, \quad p_4 = p^3$$

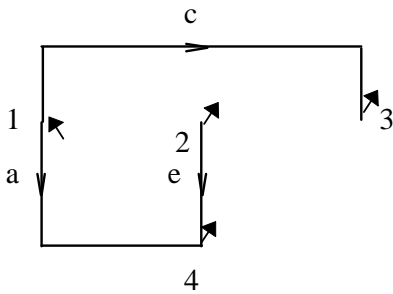


Slika IV.12



Slika IV.13

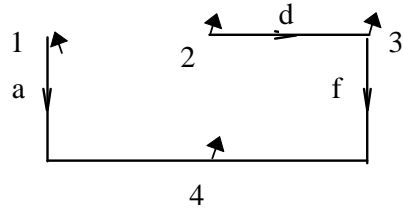




$$p_2 = p, \quad p_3 = p, \quad p_4 = p^2$$

Slika IV.14

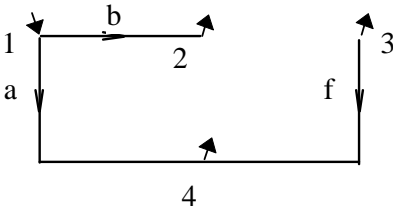
$$p_2 = p^2, \quad p_3 = p, \quad p_4 = p$$



$$p_2 = p^3, \quad p_3 = p, \quad p_4 = p^2$$

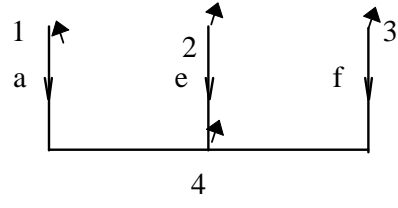
Slika IV.15

$$p_2 = p^3, \quad p_3 = p^2, \quad p_4 = p$$



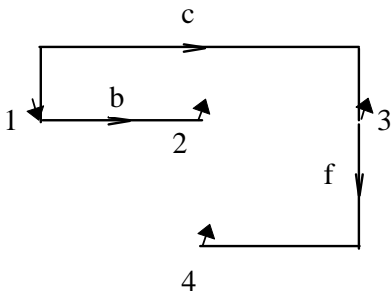
Slika IV.16

$$p_2 = p, \quad p_3 = p^2, \quad p_4 = p$$

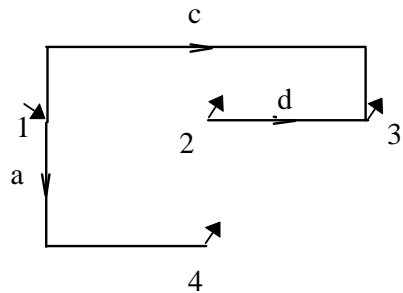


Slika IV.17

$$p_2 = p^2, \quad p_3 = p^2, \quad p_4 = p$$

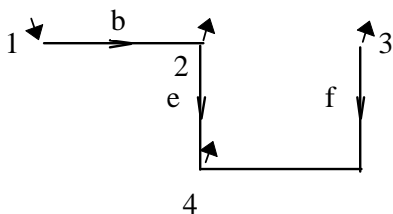


Slika IV.18



Slika IV.19

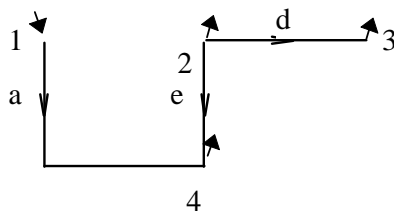
$$p_2 = p, p_3 = p, p_4 = p^2$$



Slika IV.20

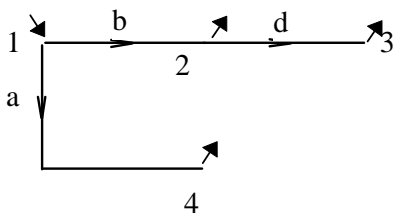
$$p_2 = p, p_3 = p^3, p_4 = p^2$$

$$p_2 = p^2, p_3 = p, p_4 = p$$



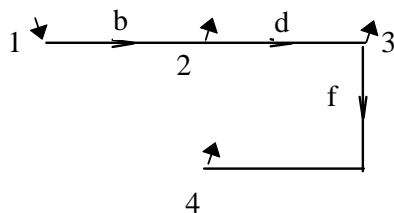
Slika IV.21

$$p_2 = p^2, p_3 = p^3, p_4 = p$$



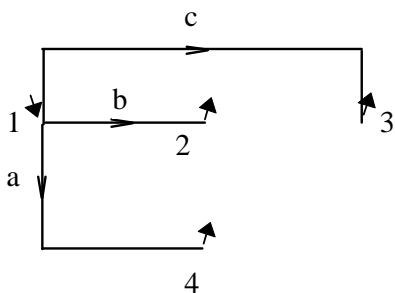
Slika IV.22

$$p_2 = p, p_3 = p^2, p_4 = p$$



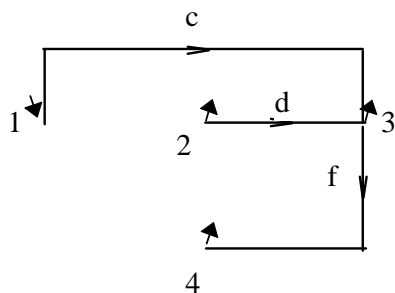
Slika IV.23

$$p_2 = p, p_3 = p^2, p_4 = p^3$$



Slika IV.24

$$p_2 = p, p_3 = p, p_4 = p$$

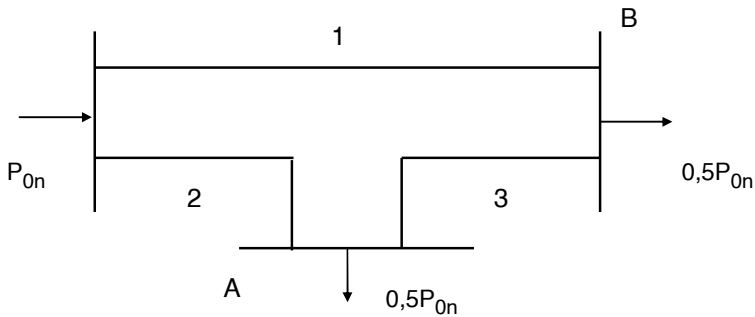


Slika IV.25

$$p_2 = p^2, p_3 = p, p_4 = p^2$$

Redosled rangiranja po kriterijumu da mreža bude jedno od mogućih stabala grafa i da bude *zadovoljen princip najveće pouzdanosti za najveći broj potrošača* : IV.24, IV.12, IV.14, IV.16, IV.18, IV.19, IV.22, IV.10, IV.17, IV.25, IV.11, IV.13, IV.15, IV.20, IV.21, IV.23.

**Problem IV.12** Na slici IV.26 prikazana je **šema sa dvostranim napajanjem**, koju čine vodovi 1, 2 i 3. Prenosni kapacitet svakog voda iznosi  $P_{0n}$ . Verovatnoće kvara (neraspoloživosti) vodova iznose:  $q_1=0,1$ ,  $q_2=0,05$ ,  $q_3=0,01$ . Naći: a) verovatnoću 100% podmirenja opterećenja potrošača A; b) verovatnoću 100% podmirenja opterećenja potrošača B; c) ako se kao nerazpoloživost definišu oni događaji koji ne predstavljaju punu (100%) raspoloživost opterećenja potrošača, kolika je tada nerazpoloživost opterećenja potrošača A, odnosno B?



Slika IV.26

**Rešenje:**

a) Događaji koji definišu 100% podmirenja opterećenja potrošača u A:

- Vod 1 i vod 2 i vod 3 ispravni, ili
- Vod 2 u kvaru i redna veza vodova 1 i 3 ispravna, ili
- Vod 2 ispravan i redna veza vodova 1 i 3 u kvaru.

Prema tome, verovatnoća 100% podmirenja opterećenja potrošača u A izračunava se iz:

$$p_A = p_1 p_2 p_3 + q_2 p_1 p_3 + p_2 (1 - p_1 p_3)$$

$$p_A = p_2 + q_2 p_1 p_3$$

S obzirom na

$$p_1 p_3 = (1 - q_1)(1 - q_3)$$

$$p_A = 1 - q_2 (q_1 + q_3 - q_1 q_3)$$

$$p_A = 1 - 0,05(0,1 + 0,01 - 0,1 \cdot 0,01) = 0,99455$$

b) Događaji koji definišu 100% podmirenja opterećenja potrošača u B:

- Vod 1 i vod 2 i vod 3 ispravni, ili
- Vod 1 u kvaru i redna veza vodova 2 i 3 ispravna, ili
- Vod 1 ispravan i redna veza vodova 2 i 3 u kvaru.

Prema tome, verovatnoća 100% podmirenja opterećenja potrošača u B izračunava se iz:

$$p_B = p_1 p_2 p_3 + q_1 p_2 p_3 + p_1 (1 - p_2 p_3)$$

$$p_B = p_1 + q_1 p_2 p_3$$

$$p_2 p_3 = (1 - q_2)(1 - q_3)$$

$$p_B = 1 - q_1 (q_2 + q_3 - q_2 q_3)$$

$$p_B = 1 - 0,1(0,05 + 0,01 - 0,05 \cdot 0,01) = 0,99405$$

c) Neraspoloživosti se izračunavaju prema

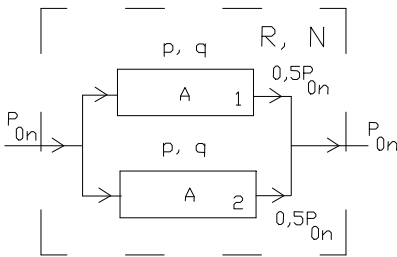
$$q_A = 1 - p_A = 1 - 0,99455 = 0,00545$$

$$q_B = 1 - p_B = 1 - 0,99405 = 0,00595$$

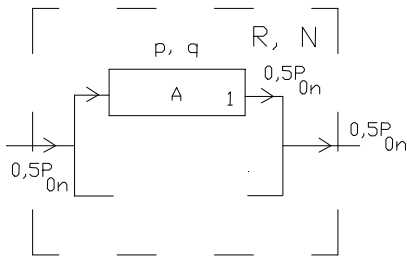
**Problem IV.13** Dve paralelno povezana A elementa označena brojevima 1 i 2, poznate raspoloživosti  $p$  i prenosne moći  $0,5 P_{0n}$ , zajedno prenose snagu  $P_{0n}$ . Nacrtati *dijagram prelaza* i naznačiti *stanja sistema*.

**Rešenje:**

Sistem (slika IV.27) nije redundantan. *Kapacitet za prenos* (problem III.26) ovog sistema se smanjuje na polovinu kada se dogodi ispad jedne komponente (slika IV.28). Smatra se da ispad komponente prati i *redukcija toka upravljanjem do propusne moći preostale komponente*, inače bi došlo do povrede ograničenja preostale komponente, pa bi i ona bila ugrožena.



Slika IV.27



Slika IV.28

Stanja ukupne raspoloživosti oba elementa sistema, kao nezavisni događaji, dobijaju se primenom pravila 3 na sistem.

$$(p + q)^2 = 1$$

$$p^2 + 2pq + q^2 = 1$$

Označimo kao događaje neraspoloživosti snage i odredimo njihove verovatnoće.

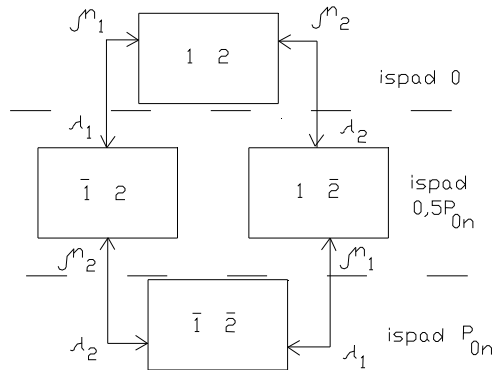
$$p(0) + p(0,5P_{0n}) + p(P_{0n}) = 1$$

$$p(0) = p^2$$

$$p(0,5P_{0n}) = 2pq$$

$$p(P_{0n}) = q^2$$

Slika IV.29 prikazuje *dijagram prelaza* [67] sa *tri stanja*. Iz stanja “ispad 0” kada su oba elementa u radnom stanju (oznake 1 i 2), prelazi se u stanje “ispad 0,5P<sub>0n</sub>” ispadom jednog, bilo kojeg elementa (oznake  $\bar{1}$  i 2, ili 1 i  $\bar{2}$ ) pri kojem prenosna moć sistema pada na 0,5P<sub>0n</sub>. Otkazom preostalog elementa celokupna šema gubi funkciju (“ispad P<sub>0n</sub>”).



Slika IV.29

Na slici IV.29 su označeni intenziteti kvarova  $\lambda$  i obnavljanja  $\mu$  elemenata (problem IV.2), sa odgovarajućim indeksima. Ovi pokazatelji nisu od značaja za naša dalja razmatranja. Broj radnih stanja je u odnosu na problem IV.8 povećan sa dva (R i N) na tri radna stanja (“ispad 0”, “ispad 0,5P<sub>0n</sub>” i “ispad P<sub>0n</sub>”). Prošireno je značenje pojma “sistem radi”. Pitanje adekvatnog rada sistema je složenije nego u problemu IV.8. Možemo kazati da je sistem “100% raspoloživ” kada je u stanju “ispad 0”. Stvar je preporuka, propisa kao i naše odluke da li ćemo i stanje “ispad 0,5P<sub>0n</sub>” tretirati kao “rad” ili kao “kvar” (definicija pouzdanosti u vezi sa pojmom adekvatnog rada, problem IV.1).

**Problem IV.14** Definisati *ispad (otkaz)*, *prinudni ispad* i *planirani ispad*.

**Rešenje:**

*Ispad (otkaz)* je stanje komponente kada ona nije u mogućnosti da izvršava svoju osnovnu funkciju, zbog nekog događaja koji je direktno povezan sa tom komponentom. U zavisnosti od konfiguracije sistema, Ispad ne mora da prouzrokuje i prekid snabdevanja potrošača.

*Prinudni ispad* je ispad kao posledica rada komponente u havarijskim uslovima, koji rezultira zahtevom da komponenta bude odmah isključena iz pogona, bilo automatski, bilo ručno i to što je pre moguće. Prinudni ispad je takođe i ispad prouzrokovan neadekvatnom eksploatacijom komponente ili čovekovom greškom.

*Planirani ispad* je ispad koji nastaje kada se komponenta namerno isključi iz pogona, u unapred određenom trenutku, obično da bi se omogućili izvođački radovi, preventivno održavanje ili popravka. Ispadi se razvrstavaju u prinudne ili planirane na osnovu sledećeg testa. Ako je moguće odložiti ispad kada je to potrebno, radi se o planiranom, inače, o prinudnom ispadu. Odlaganje ispada može da bude poželjno kada se, na primer, želi da spreči preopterećivanje uređaja ili da onemogući neki drugi potencijalni uzrok prekida snabdevanja potrošača [64].

**Problem IV.15** Tri generatora istog tipa (označeni brojevima 1, 2 i 3) postoje u jednoj elektrani. Snaga svakog od njih je  $P=20$  MW, dok im je raspoloživost  $p=0,98$ . Odrediti **stanja raspoloživosti elektrane** i izračunati njihove verovatnoće. Rezultate prikazati tabelom ispada snage generatora. Nacrtati **dijagram prelaza**.

**Rešenje:**

Sva *stanja raspoloživosti*, za  $n$  generatora istog tipa, dobijaju se iz binomne raspodele.

$$(p + q)^n = 1$$

$$(p + q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3 = 1$$

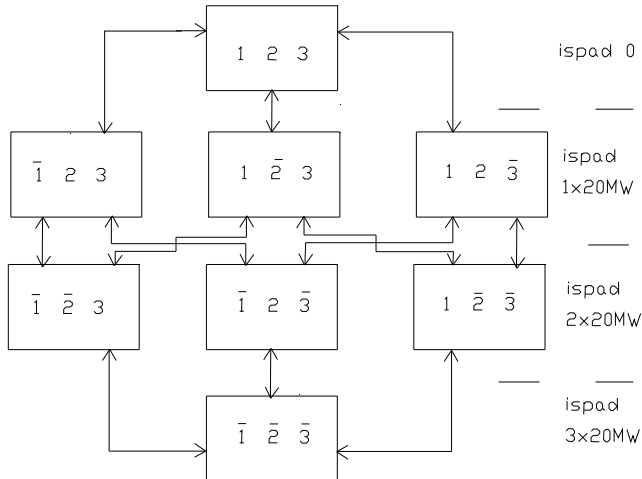
*Tabela ispada snage generatora* je uobičajeni način prikazivanja rezultata. Ova tabela sadrži "opis" stanja koji je jednostavno protumačiti verbalizacijom iz binomnog razvoja, deficit (ili ispad) snage, kao i verovatnoću tog

dogadaja. *Kumulativna verovatnoća* je verovatnoća da ispad snage nije manji od naznačenog iznosa  $P_{isp}$ . i data je u tabeli IV.3.

Tabela IV.3

<i>stanje ispada</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (1)	<i>kumulativna verovatnoća (1)</i>
$p^3$	0	0,941192	1,000000
$3p^2q$	20	0,057624	0,058808
$3pq^2$	40	0,001176	0,001184
$q^3$	60	0,000008	0,000008
$\Sigma$		1,000000	

Verovatnoća opada sa porastom snage u ispadu. Dijagram prelaza prikazan je na slici IV.30. Možemo da uočimo, na primer, da stanje “ispad snage od 20MW” može da se dogodi na tri različita načina, otkazom samo prvog, odnosno samo drugog, odnosno samo trećeg generatora, pri čemu preostali generatori rade. Verovatnoća tog stanja je  $3p^2q$ .



Slika IV.30

Kada se posmatra samo dualna raspoloživost elementa, rad i kvar, onda ukupan broj mogućih događaja u vezi sa grupom od  $n$  generatora iznosi  $2^n$ .



**Problem IV.16** U elektrani rade dva generatora snage  $P_1=30\text{MW}$  (broj 1 i 2) i jedan generator snage  $P_2=50\text{MW}$  (broj 3). Raspoloživost ovih generatora iznosi  $p=0,98$ . Odrediti stanja raspoloživosti elektrane i izračunati njihove verovatnoće. Rezultate prikazati tabelom ispada snage generatora. Nacrtati dijagram prelaza.

**Rešenje:**

Kada svi generatori nisu istih karakteristika (bilo snage, bilo verovatnoće), binomna raspodela nije u potpunosti primenljiva. Zadržimo simbol  $p$  za raspoloživost dva generatora tipa 1 ( $P_1=30\text{MW}$ ), a uvedimo  $r$  da obeležimo raspoloživost jednog generatora tipa 2 ( $P_2=50\text{MW}$ ). Odgovarajuće neraspoloživosti su  $q=0,02$  i  $n=0,02$ . Tabela IV.4 daje verovatnoće svih mogućih kombinacija rada u dve grupe generatora elektrane, koje se dobijaju razvijanjem sledećeg proizvoda:

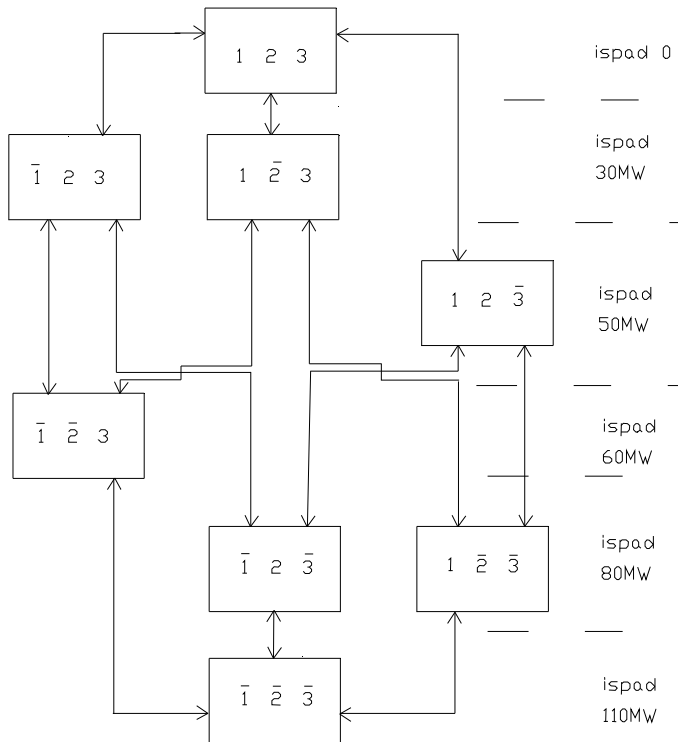
$$(p + q)^2(r + n) = 1$$

Tabela IV.4

stanje ispada	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (1)
$p^2r$	0	0,941192
$2pqr$	30	0,038416
$p^2n$	50	0,019208
$q^2r$	60	0,000392
$2pqn$	80	0,000784
$q^2n$	110	0,000008
$\Sigma$		1,000000

Verovatnoća  $i$  ovde opada sa porastom deficita snage, osim u slučaju kada je ispad 80MW. Verovatnoća ovog ispada je manja od verovatnoće prethodnog ispada od 60MW, iako u oba događaja učestvuju po dva generatora, čije su verovatnoće iste. Međutim, ispad od 80MW *dešava se na dva različita načina*, ili kao ispad generatora od 50MW i prvog generatora od 30MW, ili kao ispad generatora od 50MW i drugog generatora od 30MW, pa je *verovatnoća da se dogodi barem jedan* od ta dva isključiva događaja jednaka zbiru verovatnoća ta dva događaja (pravilo

4). Međutim, Ispad od 60MW se dešava *samo na jedan način*, kao što se vidi sa dijagrama prelaza prikazanog na slici IV.31.



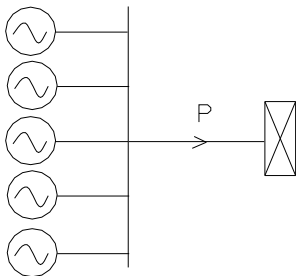
Slika IV.31

**Problem IV.17** Metoda očekivanog gubitka opterećenja ili **LOLP metoda**, u vezi sa problemom III.1, data je kao treća metoda planiranja izgradnje izvora elektroenergetskog sistema. Prikazati osnovne karakteristike ove metode.

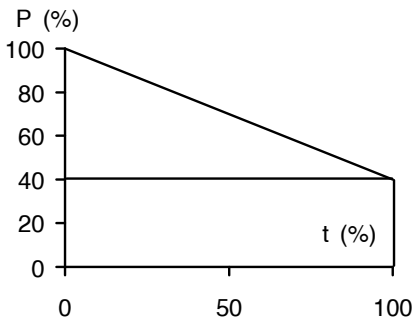
**Rešenje:**

Metoda očekivanog gubitka opterećenja (LOLP=Loss of Load Probability) zasnovana je na redukovanom modelu elektroenergetskog sistema. Celokupna aktivna potrošnja sistema (inače raznovrsna i brojna, sa

klasifikacijom po kategorijama, po naponskim nivoima, sa gubicima, zavisna od učestanosti, napona i reaktivne snage, sa geografskom raspodeljenošću i drugim specifičnostima) sabrana za ceo sistem, vezana je na fiktivne sabirnice, zajedno sa svim generatorima sistema, kao na slici IV.32. Prikaz potrošnje sistema je takođe veoma redukovan i dat kao *dijagram trajanja opterećenja*, obično idealizovan pravom negativnog nagiba, u koordinatnom sistemu sa normalizovanom podelom po osama, kao na slici IV.33.



Slika IV.32



Slika IV.33

Koordinate na slici IV.33 su u procentima:

$$P(\%) = \frac{P}{P_M} 100$$

gde je aktivna snaga P (MW),  $P_M$  (MW) maksimalno opterećenje sistema prema dijagramu trajanja. Procenti na t-osi su za osnovu od 365 dana.

$$t(\%) = \frac{t}{365} 100$$

Predstava izvora sistema je takođe redukovana do informacije o raspoloživom ili instalisanom kapacitetu, koje se prikazuje kao ordinata *raspoložive/instalisanе snage*, na istom dijagramu sa opterećenjem (slika IV.34).

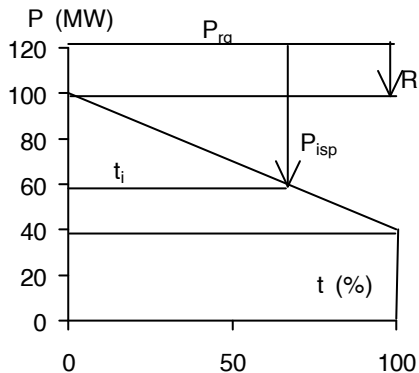
$$R = P_{rg} - P_M$$

Rezerva  $R$  je razlika  $P_{rg}$  (MW), ukupne raspoložive snage izvora u sistemu koincidentnog sa maksimalnim opterećenjem i  $P_M$  (MW), maksimalnog opterećenja sistema. Ukupna *raspoloživa snaga izvora sistema* je uvek manja od sume maksimalnih snaga elektrana zbog pregleda, popravki (remonta) i kvarova (ispada). Kod hidroelektrana može da bude manja još i zbog nižih dotoka i stanja akumulacije (problem III.1).

Kao i metode procenta rezerve i gubitka najvećeg generatora, i LOLP je *heuristička* metoda. Skrenuli smo pažnju na osnovnu osobinu heurističkih metoda, a to su *generisanje pokazatelja* i *selekcija pokazatelja* prema unapred utvrđenom kriterijumu, *kriterijumu adekvatnog rada*. Pokazatelj u LOLP metodi je *matematičko očekivanje*  $E$ , poznato iz pravila 9 za kombinovanje verovatnoća (problem IV.1).

$$E = \sum_i p_i t_i$$

Ovde je  $p_i$  verovatnoća gubitka one *snage izvora* ( $P_{isp}$ ) koji *dovodi do gubitka opterećenja*, odnosno, redukcije potrošnje. Vreme  $t_i$  je *vreme trajanja gubitka opterećenja*, kao na slici IV.34. Jedinica je  $E$  (dan/god) ili  $E$  (h/god).



Slika IV.34

Da bi uopšte došlo do gubitka opterećenja potrošača, potrebno je da bude  $P_{isp} > R$ , odnosno  $i$  da se dogodi ispad  $i$  da on bude veći od rezerve. Ispadi manji od rezerve ne dovode do gubitka opterećenja i ne računaju se. Uobičajeno je da se problemi ovog tipa rešavaju tako što se formira

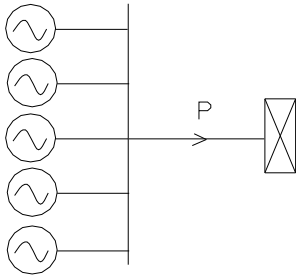
*kombinovana tabela događaja ispada, u koju se upisuju događaji ispada, njihove verovatnoće, kao i vreme trajanja gubitka opterećenja.*

Vrednost *matematičkog očekivanja* za jedan elektroenergetski sistem dobrih performansi, pod opisanim, ovako redukovanim uslovima sigurnosti LOLP metode, usvaja se za *tolerantni nivo rizika*, ili *kriterijumski nivo gubitka opterećenja*,  $E_{kr}$ . Ovde je  $E_{kr}$  samo *mera adekvatnosti* i ne daje odgovore na pitanja kada će se neki događaj desiti, koliki će biti ispad snage izvora, koliki će biti gubitak opterećenja i koliko će on trajati. Ipak, u literaturi je LOLP metoda više cenjena od prve dve navedene metode za ocenu adekvatnosti izvora, zbog veće fleksibilnosti modela, pre svega zbog obuhvatanja promene opterećenja, makar i na tako redukovani način kao što daje dijagram trajanja opterećenja.

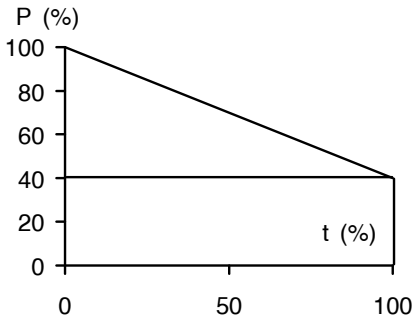
#### ***Problem IV.18 Adekvatnost rezerve sistema po LOLP metodi.***

Elektroenergetski sistem kao na slici IV.35 obuhvata pet generatora jednakih snaga  $P_G=40$  MW, jednakih raspoloživosti  $p=0,99$ . Potrošnja ovog sistema  $P$  data je kao uređena kriva trajanja opterećenja u procentima, na slici IV.36.

a) Ako je maksimalno godišnje opterećenje sistema u posmatranoj godini 160MW, izračunati očekivani gubitak opterećenja  $E$  (dan/god). Verovatnoće manje od  $10^{-5}$  zanemariti. b) Ako se maksimalno godišnje opterećenje sistema menja od 100 do 200 MW, sa korakom od 10MW, naći zavisnost  $E=f(P_M)$ . c) Ako maksimalno godišnje opterećenje sistema raste 10% godišnje i ako se očekivani gubitak opterećenja u posmatranoj godini (izračunato pod a) usvoji za vrednost tolerantnog nivoa rizika (kriterijumski nivo očekivanog gubitka opterećenja)  $E_{kr}$ , odrediti u kojim godinama treba uvesti novi generator snage 50 MW ( $r=0,99$ ) da bi pouzdanost ovog elektroenergetskog sistema po LOLP metodi bila sačuvana. Proračun ograničiti na interval od osam godina [43].



Slika IV.35

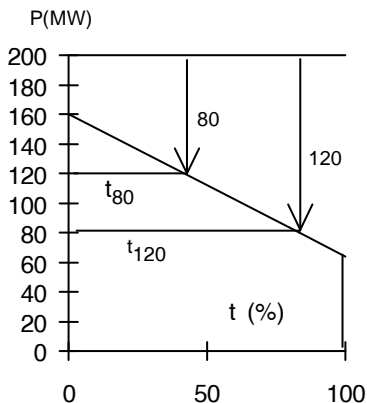


Slika IV.36

**Rešenje:**

a)

Prvo, preračunajmo podelu na P osi sa slike IV.36 iz P(%) u P(MW), kao na slici IV.37. Ucrtajmo maksimalnu raspoloživu snagu generisanja  $5 \times 40 = 200 \text{ MW}$ . Od ove "crte instalisane snage" odmeravaćemo ispade. Maksimalna snaga opterećenja je 160 MW, a minimalna  $0,4 \times 160 = 64 \text{ MW}$ . Samo dva stanja, "gubitak 80 MW" i "gubitak 120 MW" kontribuiraju očekivanom gubitku opterećenja E, (slika IV.37).



Slika IV.37

Ostala stanja ne doprinose E, što zbog neispunjavanja uslova  $P_{isp} > R$ , što zbog zanemarljive verovatnoće prema uslovima problema, (tabela IV.5). Sva stanja ispada generatora dobijaju se iz izraza:

$$(p + q)^5 = 1$$

Vremena trajanja ispada jednostavno se određuju iz proporcije u trouglu (slika IV.37).

$$t_{80} / 100 = 40 / 96 \rightarrow t_{80} = 41,67\%$$

$$t_{120} / 100 = 80 / 96 \rightarrow t_{120} = 83,33\%$$

Tabela IV.5

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (1)	$t$ (%)	$pt$ (%)
$p^5$	0	0,950991	-	-
$5p^4q$	40	0,048029	-	-
$10p^3q^2$	80	0,000970	41,67	0,040433
$10p^2q^3$	120	0,000010	83,33	0,000833
$5p q^4$	160	0,0	-	-
$q^5$	200	0,0	-	-
$(p + q)^5 = 1$		$\Sigma p = 1,000000$		$\Sigma pt = 0,041266$

$$E = 0,041266 \cdot 365 \cdot 0,01 = 0,15 \text{ dan / god} = 3,6 \text{ h / god}$$

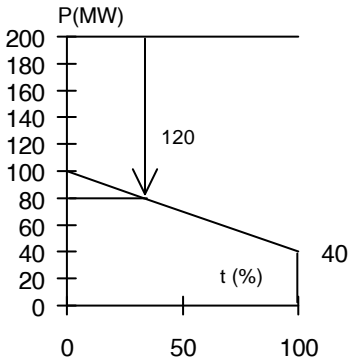
Ova vrednost se prema zadatim uslovima proglašava za *vrednost tolerantnog nivoa rizika (kriterijumski nivo očekivanog gubitka opterećenja)*

$$E_{kr} = 0,15 \text{ dan / god}$$

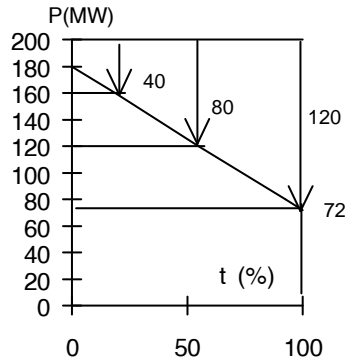
b)

Ako se  $P_M$  menja sa korakom od 10 MW, u granicama datog intervala  $P \in [100,200]$  MW, onda se zavisnost  $E=f(P_M)$  formira tako, što se za svaku od 11 vrednosti za  $P_M$  formira ("generiše") posebna tabela ispada.

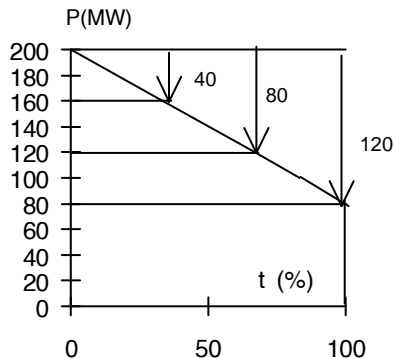
Na slikama IV.38-40 i u tabeli IV.6, dat je prikaz dela ovog proračuna, za  $P=100, 180$  i  $200$  MW. Zavisnost  $E=f(P_M)$  je prikazana u tabeli IV.7 i na slici IV.41.



Slika IV.38



Slika IV.39



Slika IV.40

Kriva  $E=f(P_M)$  (tabela IV.7, slika IV.41) pokazuje karakteristični, nagli porast u jednom svom delu. Ovaj opominjući porast govori to, da *ako se na vreme*



ne interveniše novom generatorskom jedinicom, dolazi do “prirodnog”, naglog pogoršanja uslova pouzdanosti (po LOLP metodi).

Ova “opomena” se još bolje vidi u dekadnoj osnovj podeli, iako je ona slabije čitljiva od “polulogaritamskog dijagrama”  $E=f(P_M)$  na kojem planer podjednako dobro vidi i male i velike vrednosti očekivanog gubitka opterećenja [43].

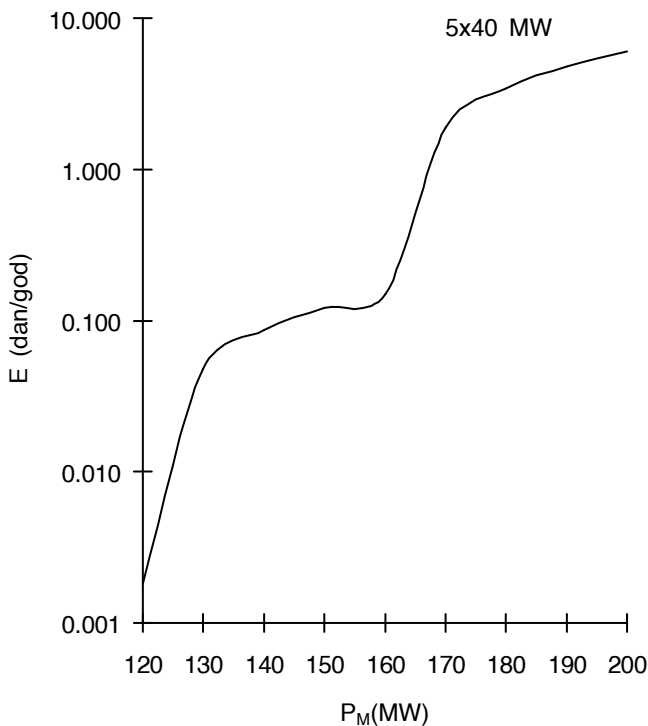
Tabela IV.6

<i>ispad</i>		$P_M=100MW$		$P_M=180MW$		$P_M=200MW$	
$P_{isp}$ (MW)	$p$ (1)	$t$ (%)	$pt$ (%)	$t$ (%)	$pt$ (%)	$t$ (%)	$pt$ (%)
0	0,950991	-	-	-	-	-	-
40	0,048029	-	-	18,52	0,889470	33,33	1,600806
80	0,000970	-	-	55,00	0,053350	66,67	0,064670
120	0,000010	33,	0,00033	92,59	0,000992	100	0,001000
		3	3		6		
$\Sigma pt$			0,00033		0,943746		1,666476
			3				
$E$ (dan/god)			0,00121		3,444673		6,082600
			6				

Tabela IV.7

$P_M$ (MW)	$E$ (dan/god)
100	0,001216
110	0,001493
120	0,001825
130	0,04754
140	0,08673
150	0,1207
160	0,1506
170	1,895
180	3,445
190	4,834
200	6,082

Porast opterećenja potrošača modelovan je uobičajeno, kao inkrementalni, procentualni priraštaj maksimalne aktivne snage opterećenja potrošača  $P_M$ , koji se pripisuje samom početku godine. Sa jedne strane, porast ordinate  $P_M$  "vuče" ordinate čitavog dijagrama trajanja opterećenja sa sobom naviše kao na slikama IV.38-40, što produžava trajanja očekivanih ispada ako nema promene u iznosu raspoložive snage generisanja. S druge strane, pošto se priraštaj za  $P_M$  pripisuje početku godine, to  $P_M$ -osa ima "utisnutu" i skalu vremena, odnosno t-osu, tako da tačno znamo kada treba intervenisati ubacivanjem novog generatora, da ne bi došlo do prekoračivanja vrednosti tolerantnog nivoa rizika.  $E=f(P_M)$  krive uvek rastu kada maksimalno opterećenje sistema raste. Ovo činjenica može da se iskoristi da bi se izbegla neka izračunavanja.



Slika IV.41 [43]

c)

Kriterijum adekvatnog rada elektroenergetskog sistema po LOLP metodi prmenjuje se na sledeći način:

- Neka je zadat tolerantni nivo rizika (kriterijumski nivo očekivanog gubitka opterećenja)  $E_{kr}$

$$E_{kr} = 0,15 \text{ dan / god}$$

- Posmatra se sistem u vremenu. Svaka pojava vrednosti

$$\Delta E = E - E_{kr} > 0$$

smatra se nepovoljnom sa stanovišta pouzdanosti sistema, odnosno, narušavanjem kriterijuma pouzdanosti. To znači, da kada nastupi  $\Delta E > 0$ , ili neposredno pre toga, treba uključiti novi generator u pogon.

$P_{M0}$  je maksimalno godišnje opterećenje potrošača u prvoj godini, porast je  $i=10\%$ . U tabeli IV.8, prikazana je promena  $P_M$  po godinama.

$$P_M = (1 + i)^n P_{M0}$$

Tabela IV.8

<i>godina</i>	<i>n</i>	<i>P<sub>M</sub> (MW)</i>
1	0	160
2	1	176
3	2	193,6
4	3	213
5	4	234,3
6	5	257,5
7	6	283,1
8	7	311,4

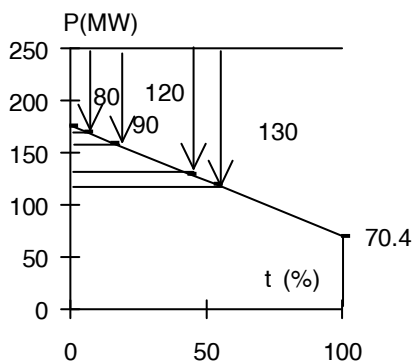
S obzirom da kriva  $E=f(P_M)$  stalno raste, a pošto je  $E_{kr}$  izračunato za prvu godinu posmatranja, očigledno je da bi već u sledećoj godini, kada je  $P_M=176$  MW, došlo do narušavanja kriterijuma (za sistem od 5x1 generatora i  $P_M=176$  MW dobija se 2,9 dan/god).

Nova konfiguracija zahteva i novi proračun krive  $E=f(P_M)$  za sistem od 5+1 generatora. U zadatku, novi generator se razlikuje po snazi (50MW) od prethodnih pet jedinica, ali ima istu raspoloživost.

Za  $r=p=0,99$ ,  $n=q=0,01$ , verovatnoće svih stanja nove konfiguracije, dobijaju se iz

$$(p + q)^5(r + n) = 1$$

Na slici IV.42 i u tabeli IV.9 dat je proračun očekivanog gubitka opterećenja za konfiguraciju 5+1, 250MW i  $P_M=176$  MW.



Slika IV.42

Tabela IV.9

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (1)	$t$ (%)	$pt$ (%)
$p^5_r$	0	0,941480	-	-
$5p^4_{qr}$	40	0,047549	-	-
$p^5_n$	50	0,009510	-	-
$10p^3_q^2_r$	80	0,000961	5,68	0,005461
$5p^4_{qn}$	90	0,000480	15,15	0,007273
$10p^2_q^3_r$	120	0,000010	43,56	0,000391
$10p^3_q^2_n$	130	0,000010	53,03	0,000530
$\Sigma pt$				0,013655

$$E = 0,013655 \cdot 365 \cdot 0,01 = 0,04984 \text{ dan / god}$$

Uvođenjem novog generatora, ispunjeno je  $DE=(E-E_{kr})<0$ . Za izvesno vreme biće očuvana pouzdanost sistema. *Koliko je to vreme, ne možemo unapred da znamo bez generisanja tabela i pretraživanja, pošto je metoda heuristička.*

Praćenje stanja pouzdanosti sa porastom snage opterećenja, tokom godina, zahtevalo bi izradu niza dijagrama  $E=f(P_M)$  za konfiguracije 5+1, 5+2, 5+3 itd. Ovakvi dijagrami omogućavaju uvid u stanje pouzdanosti za datu konfiguraciju, u određenoj godini, a služe i za  *donošenje odluke, kada treba preći na rad sa novom konfiguracijom.*

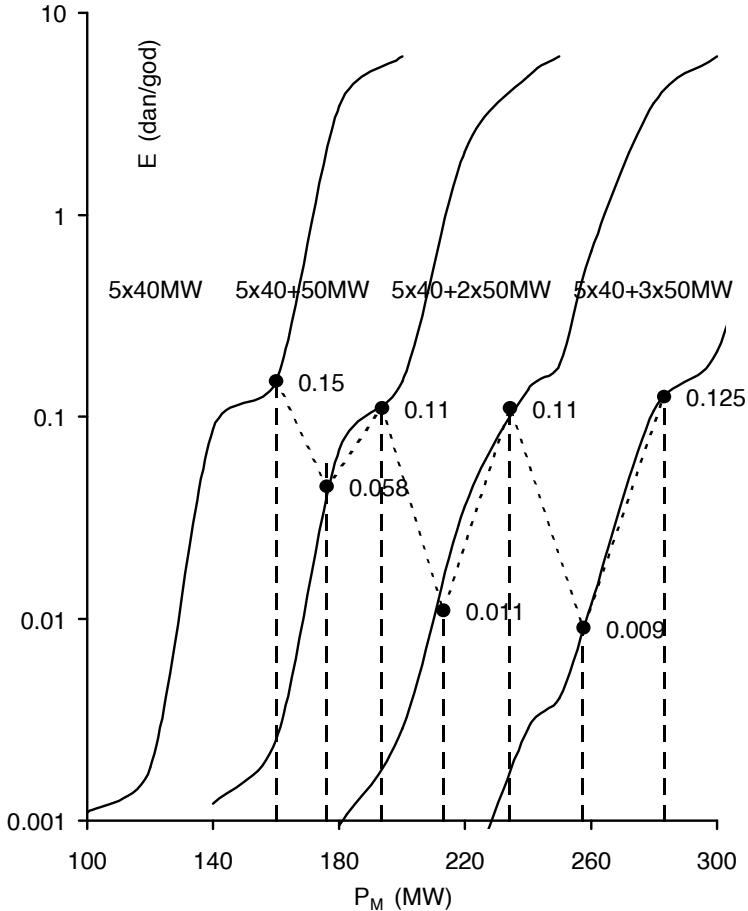
Na slici IV.43 prikazani su dijagrami  $E=f(P_M)$  za posmatrani primer. Zaključno,

- Nove *generatore treba instalirati* u drugoj, četvrtoj i šestoj godini, da bi sve vreme bio ispunjen uslov  $E \leq E_{kr}$ .
- Izbor *tolerantnog nivoa rizika* (ovde, 0,15 dan/god) je odluka koja zavisi od onoga koji planira sistem i nije utvrđena generalno.
- *Heurističke metode* odlučivanja su one, za koje je karakteristično generisanje potencijalnih rešenja i pretraživanje rešenja po određenom kriterijumu, u cilju pronalaženja optimalnog rešenja. Po ovoj definiciji, metoda LOLP predstavlja jednu heurističku metodu.
- *Postojanje gotovih, generisanih rešenja*, odnosno krivih  $E=f(P_M)$ , kao na slici IV.43, samo olakšava uvid i *nije neophodan uslov za primenu metode.*
- U slučaju da ovih dijagrama nema, *postupak se ograničava na algoritam cut-and-try* (pokušaj-pogreška-popravka), kao u tabeli IV.10. Da bi se dobio odgovor na pitanje *u kojim godinama instalirati nove generatore*, bilo je potrebno 11 kombinovanih tabela događaja ispada. Problemi ovog tipa, u formi ispitnih zadataka, obično zahtevaju manji broj tabela.

Tabela IV.10

<i>godina</i>	<i>novi generator (MW)</i>	$\Sigma P_G$	$P_{on}$ <i>(MW)</i>	$E$

		<i>(MW)</i>		$\left(\frac{\text{dan}}{\text{god}}\right)$
1	-	200	160	0,15
2	-	200	176	2,9
	50	250	176	0,058
3	-	250	193,6	0,11
4	-	250	213	0,73
	50	300	213	0,011
5	-	300	234,3	0,11
6	-	300	257,5	0,55
	50	350	257,5	0,009
7	-	350	283,1	0,125
8	-	350	311,4	0,96

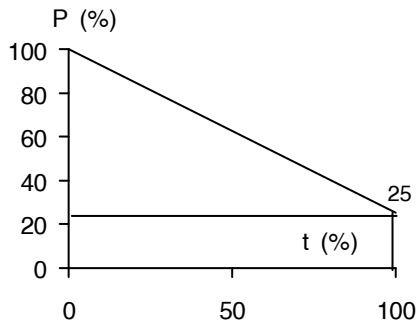


Slika IV.43 [43]

Problemi slični ovome, u kojima se javljaju kombinacije generatora sa svojim cenama, sa istaknutim cenama rizika od nastupanja neadekvatnosti sistema izraženim kroz cene *prekornog gubitka opterećenja* (*gubitka opterećenja iznad tolerantnog nivoa rizika*), u različitim scenarijima razvoja sistema, često se javljaju u formi ispitnih zadataka. Sledi jedan takav problem.

**Problem IV.19 LOLP metoda u različitim scenarijima razvoja sistema.**

Elektroenergetski sistem ima dva generatora snage 60MW i raspoloživosti  $p=0,9$ . Potrošnja je data kao dijagram trajanja opterećenja, slika IV.44. Maksimalno godišnje opterećenje u godini  $k$  iznosi 80MW i raste za 10% godišnje. Po LOLP metodi, izračunati za ovaj sistem tolerantni nivo rizika iz godine  $k$ ,  $E_k$  (dan/god). Sistem se zatim posmatra u godini  $k+1$ . Cena generatora od 40MW je 25NJ/MW. Rizik od gubitka opterećenja iznad  $E_k$  plaća se 1000NJ/dan. Kamatna stopa iznosi 30%. Od tri varijante u godini  $k+1$  treba izabrati najekonomičniju. Varijante su: a) nema uvođenja novog generatora, troškovi su samo od prekomernog rizika; b) uvodi se 1x40MW ( $r=0,9$ ); c) uvode se dva generatora istog tipa, od po 20MW ( $r=0,9$ ), poznatog empirijskog faktora za određivanje cene  $\alpha=0,72$ . Troškove svesti na godinu  $k$ .



Slika IV.44

**Rešenje:**

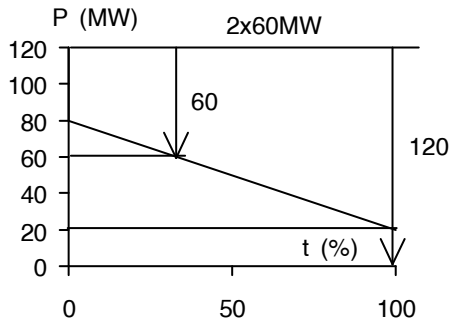
Sva stanja raspoloživosti generatora sistema dobijaju se iz

$$(p + q)^2 = 1$$

Kriterijumski nivo gubitka opterećenja (tolerantni nivo rizika) određuje se kao očekivani gubitak opterećenja sistema u godini  $k$ , pri maksimalnom opterećenju sistema  $P_M=80\text{MW}$  i za raspoloživu snagu  $2 \times 60\text{MW}$  ( $p=0,9$ ;  $q=0,1$ ). Vremena trajanja ispada određuju se sa slike IV.45. Očekivani nivo gubitka opterećenja sistema za godinu  $k$  izračunava se u tabeli IV.11. Minimalno opterećenje sistema u godini  $k$  iznosi  $0,25 \times 80 = 20\text{MW}$  (slike IV.44



i IV.45). U godini k+1,  $P_M=88\text{MW}$ , a minimalno opterećenje sistema iznosi  $0,25 \times 88 = 22\text{MW}$  (slika IV.46)



Slika IV.45

Tabela IV.11

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (t)	$t$ (%)	$pt$ (%)
2pq	60	0,18	33,33	5,9994
$q^2$	120	0,01	100	1,0
$\Sigma pt$				6,9994

$$E_{kr} = E_k = \sum pt \frac{365}{100} = 6,9994 \cdot 3,65 = 25,55 \frac{\text{dan}}{\text{god}}$$

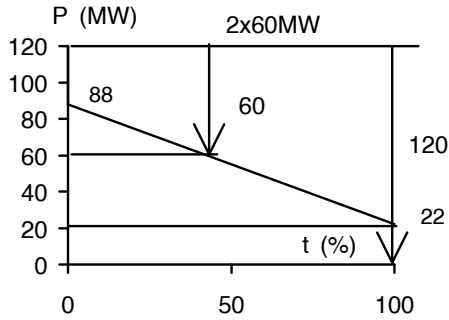
a)

Posmatra se godina k+1.

U varijanti a) generisanje je 2x60MW. Poznato je  $P_M=88\text{MW}$ .

Minimalno opterećenje sistema je  $0,25 \times 88 = 22\text{MW}$ .

Očekivani gubitak opterećenja izračunava se prema slici IV.46 i iz tabele IV.12.



Slika IV.46

Tabela IV.12

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (t)	$t$ (%)	$pt$ (%)
2pq	60	0,18	42,42	7,6356
$q^2$	120	0,01	100	1,0
$\Sigma pt$				8,6356

$$E_a = \Sigma pt \frac{365}{100} = 8,6356 \cdot 3,65 = 31,52 \frac{\text{dan}}{\text{god}}$$

$$\Delta E = E_a - E_{kr} = 31,52 - 25,55 = 5,97 \frac{\text{dan}}{\text{god}}$$

“Sadašnja” vrednost (problem I.2) troškova prekomernog rizika iznosi

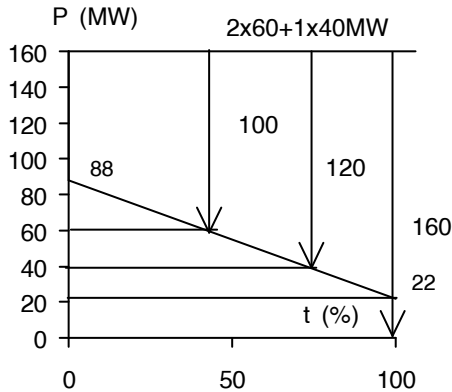
$$(PV)_a = \frac{1000 \Delta E}{1 + i} = \frac{1000 \cdot 5,97}{1,3} = 4592,3 \text{ NJ}$$

b)

Posmatra se opet godina  $k+1$ .

U varijanti b) generisanje je  $2 \times 60 + 1 \times 40$  MW.

Poznato je  $P_M = 88$  MW i  $P_m = 0,25 \times 88 = 22$  MW. Očekivani gubitak opterećenja izračunava se prema slici IV.47 i iz tabele IV.13.



Slika IV.47

Sva stanja raspoloživosti 2x60+1x40MW generatora sistema dobijaju se iz  $(p + q)^2(r + n) = 1$

Tabela IV.13

stanje	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (t)	$t$ (%)	$pt$ (%)
$2pq_n$	100	0,018	42,42	0,76356
$q_r^2$	120	0,009	72,73	0,65457
$q_n^2$	160	0,001	100	0,1
$\Sigma pt$				1,51813

$$E_b = \sum pt \frac{365}{100} = 1,51813 \cdot 3,65 = 5,54 \frac{\text{dan}}{\text{god}}$$

Pošto je  $E_b < E_{kr}$ , trošak prekomernog rizika ne postoji. Trošak investiranja je

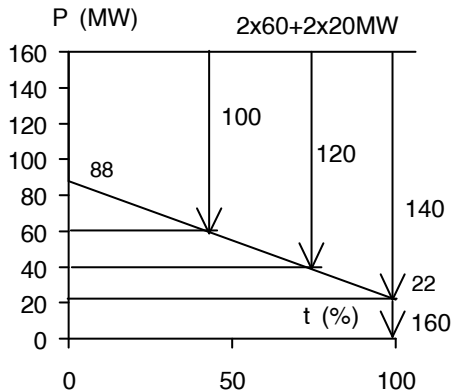
$$(PV)_b = \frac{25 \cdot 40}{1 + i} = \frac{1000}{1,3} = 762,2 \text{ NJ}$$

c)

Posmatra se ista godina,  $k+1$ .

U varijanti c) generisanje je 2x60+2x40MW.

Poznato je  $P_M=88\text{MW}$  i  $P_m=0,25 \times 88=22\text{MW}$ . Očekivani gubitak opterećenja izračunava se prema slici IV.48 i iz tabele IV.14.



Slika IV.48

Sva stanja raspoloživosti  $2 \times 60 + 2 \times 20$  MW generatora sistema dobijaju se iz  $(p + q)^2(r + n)^2 = 1$

Tabela IV.14

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (t)	$t$ (%)	$pt$ (%)
$2pqn^2$	100	0,0018	42,42	0,076356
$q^2r^2$	120	0,0081	72,73	0,589113
$q^2_2rn$	140	0,0018	100	0,18
$q^2n^2$	160	0,0001	100	0,01
$\Sigma pt$				0,855469

$$E_c = \sum pt \frac{365}{100} = 0,855469 \cdot 3,65 = 3,98 \frac{\text{dan}}{\text{god}}$$

Pošto je  $E_c < E_{kr}$ , trošak prekomernog rizika ne postoji. Poznat je empirijski odnos cena/snaga generatora (problem III.5). Iz sledećeg odnosa naćićemo cenu generatora od 20MW, za  $\alpha=0,72$ , ako cena  $1 \times 40$  MW iznosi 1000NJ.

$$\frac{C_{20}}{C_{40}} = \left(\frac{20}{40}\right)^\alpha$$

$$C_{20} = C_{40} \left(\frac{1}{2}\right)^{0,72} = 1000 \cdot 0,6071 = 607,1 \text{ NJ}$$

Trošak investiranja u 2x20MW iznosi

$$(PV)_C = \frac{2C_{20}}{1+i} = \frac{2 \cdot 607,1}{1,3} = 934 \text{ NJ}$$

Tabela IV.15 daje zbirni pregled troškova varijanti a, b i c.

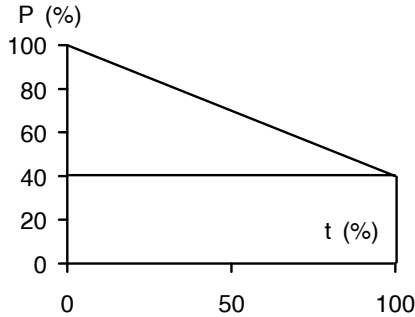
Tabela IV.14

<i>pokazatelji</i>	<i>varijanta a</i>	<i>varijanta b</i>	<i>varijanta c</i>
<i>trošak rizika (NJ)</i>	4592,3	-	-
<i>investicije (NJ)</i>	-	762,2	934
<i>E (dan/god)</i>	31,52	5,54	3,98

Poredeći sve pokazatelje analiziranih varijanti (tabela IV.14), dolazimo do ovih zaključaka:

- najekonomičnija je varijanta b;
- najskuplja je varijanta a;
- najlošiju perspektivu ima varijanta a, pošto je "rizik" skup;
- 1x40MW=2x20MW. Međutim, varijanta 2x20MW je investiciono skuplja, ali nešto "pouzdanija", sa tendencijom održavanja ove osobine i u bliskoj budućnosti. Proveriti ovu tvrdnju za godinu k+2, ako se ne dodaje novi generator.

**Problem IV.20 LOLP metoda i prognoza opterećenja.** Posmatra se elektroenergetski sistem sa 5x46MW,  $p=0,98$  u generatorima i potrošnjom kao na slici IV.49. Snaga maksimalnog opterećenja sistema  $P_M$  u pet uzastopnih godina data je tabelom IV.15.



Slika IV.49

Tabela IV.15

<i>Godina</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
$P_M$ (MW)	150	160	170	180	190

Izračunati: a) očekivani gubitak opterećenja  $E$ (dan/god) za podatke iz tabele IV.15, u vezi sa slikom IV.49; b)  $E=f(t)$  kao aproksimaciju rezultata dobijenih pod a) logaritamskom pravom kao i standardnu devijaciju  $\sigma$ ; c)  $E$ (dan/god) za šestu godinu u nizu, sa generisanjem od 5x46MW, iz logaritamske prave, kao i po LOLP metodi, za 5x46MW,  $p=0,98$  i  $P_M=200$  MW; d)  $E$ (dan/god) za šestu godinu u nizu, po LOLP metodi, sa povećanim generisanjem od 6x46MW,  $p=0,98$  i  $P_M=200$  MW. Ako je kriterijumski nivo gubitka opterećenja  $E_{kr}$  usvojen za sistem 5x46MW,  $p=0,98$  i petu godinu u nizu, da li je sistem sa povećanim generisanjem u šestoj godini adekvatan? Računati sa simultanim ispadima do tri generatora.

**Rešenje:**

a)

Sva stanja se dobijaju iz:  $(p + q)^5 = 1$  i  $(p + q)^6 = 1$ . Verovatnoće relevantnih ispada date su u tabeli IV.16.

Tabela IV.16

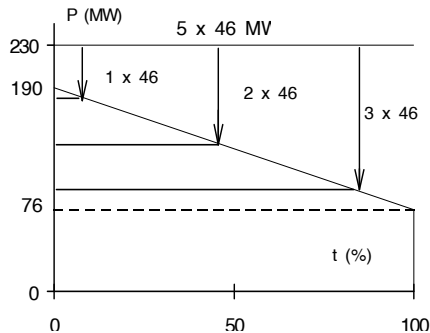
$P_{isp}$ (MW)	stanje $(p + q)^5 = 1$	$p$ (1)	stanje $(p + q)^6 = 1$	$p$ (1)
1x46	$5p^4q$	0,0922368	$6p^5q$	0,1084705
2x46	$10p^3q^2$	0,00376477	$15p^4q^2$	0,00553421
3x46	$10p^2q^3$	0,0000768	$20p^3q^3$	0,0001506

Slično problemu IV.18, imamo intenzivno generisanje tabela. S obzirom na zadato ograničenje o “relevantnim” ispadima, ipak ima manje računanja (ovo je ispitni zadatak iz aprila 1995). Rezultati su dati u tabelama IV.17-18. Na slici IV.50 prikazano je određivanje vremena trajanja ispada za sistem sa generisanjem od 5x46MW,  $p=0,98$  i  $P_M=190$  MW, po LOLP metodi. Kao što je rečeno u vezi sa problemom IV.18, vremena trajanja ispada (oznaka  $t_x$  gde je x-ispad) možemo da odredimo iz proporcije u trouglu, na sledeći način:

$$t_{46} / 100 = 6 / 114 \rightarrow t_{46} = 5,26\%$$

$$t_{92} / 100 = 52 / 114 \rightarrow t_{92} = 45,6\%$$

$$t_{138} / 100 = 98 / 114 \rightarrow t_{138} = 85,96\%$$



Slika IV.50

Tabela IV.17

<i>ispad</i>		$P_M=150MW$ <i>t=1 godina</i>		$P_M=160MW$ <i>t=2 godina</i>		$P_M=170MW$ <i>t=3 godina</i>	
$P_{isp}$ (MW)	$p$ (1)	$t$ (%)	$pt$ (%)	$t$ (%)	$pt$ (%)	$t$ (%)	$pt$ (%)
1x46	0,0922368	-	-	-	-	-	-
2x46	0,00376477	13,33	0,050200	22,92	0,086277	31,37	0,118100
3x46	0,0000768	64,44	0,004950	70,83	0,005440	76,47	0,005875
$\Sigma pt$			0,055149	-	0,091719	-	0,129851
$E$ (dan/ god)			0,201293	-	0,334770	-	0,473950

Tabela IV.18

<i>ispad</i>		$P_M=180MW$ <i>t=4 godina</i>		$P_M=190MW$ <i>t=5 godina</i>		$P_M=200MW$ <i>t=6 godina</i>	
$P_{isp}$ (MW)	$p$ (1)	$t$ (%)	$pt$ (%)	$t$ (%)	$pt$ (%)	$t$ (%)	$pt$ (%)
1x46	0,0922368	-	-	5,26	0,485160	13,33	1,229823
2x46	0,00376477	38,89	0,146410	45,61	0,171711	51,67	0,194513
3x46	0,0000768	81,48	0,006260	85,96	0,006672	90,00	0,006910
$\Sigma pt$		-	0,152672	-	0,663542	-	1,431246
$E$ (dan/ god)		-	0,557253	-	2,421931	-	5,224052

Tabele IV.17-18 dale bi parove tačaka  $(E, P_M)$ , odnosno,  $(E, t)$  za konstrukciju krive, slično dijagramu na slici IV.41.

b)

Tabela IV.19 daje rezultat za sume  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , i  $S_4$ , potrebne u tabelarnom postupku aproksimacije generisanih parova  $(E, t)$  iz a) logaritamskom pravom (problem II.8).



Tabela IV.19

$t$ (god)	$E$ (dan/god)	$\log E$ (1)	$t^2$ (god <sup>2</sup> )	$t \log E$ (god)
1	0,2013	-0,696	1	-0,6962
2	0,3348	-0,475	4	-0,9505
3	0,4739	-0,324	9	-0,9728
4	0,5572	-0,254	16	-1,0158
5	2,4219	0,384	25	1,9215
15	-	-1,365	55	-1,7145
$S_1$		$S_2$	$S_3$	$S_4$

Iz tabele IV.19 određuju se koeficijenti prave a i b za tabelu IV.20

$$a = \frac{S_2 S_3 - S_1 S_4}{N S_3 - S_1^2} = -0,99 \quad b = \frac{N S_4 - S_1 S_2}{N S_3 - S_1^2} = 0,238$$

Tabela IV.20

$t$ (god)	$a+bt$ (1)	$10^{a+bt}$ (dan/god)	$e^{-E-10^{a+bt}}$ (dan/god)	$e^2$ (dan/god) <sup>2</sup>
1	-0,74949	0,1780	-0,02326	0,000541
2	-0,51129	0,3081	-0,02666	0,000771
3	-0,27310	0,5332	0,05927	0,003513
4	-0,03490	0,9228	0,36553	0,133615
5	0,20330	1,59972	-0,82523	0,680551
			$\Sigma e^2$	0,8188927

Standardna devijacija za aproksimaciju niza merenja (E,t) logaritamskom pravom, iznosi

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma e^2}{N}} = \sqrt{\frac{0,8189}{5}} = 0,4047 \text{ dan / god}$$

c)

Prognoza  $E(\text{dan/god})$  pomoću logaritamske prave za šestu godinu u nizu, sa generisanjem od 5x46MW:

$$a + bt = -0,99 + 0,238 \cdot 6 = 0,438$$

$$E_6 = 10^{a+bt} = 10^{0,438} = 2,74 \text{ dan / god}$$

LOLP vrednost za 5x46MW,  $p=0,98$  i  $P_M=200$  MW iz tabele IV.18 iznosi

$$E_6 = 5,22 \text{ dan / god}$$

Prognoza  $E$  data je po *dve metode* koje počivaju na različitim premisama, pa se ne može govoriti o jednoj od njih kao o "tačnoj", a o drugoj kao o "pogrešnoj". LOLP metoda je "generator" tačaka  $E(P)$ , dok ih metoda prognoze samo ekstrapolira. Date su naporedo da bi se dokumentovao *fenomen razvoja sistema*, što je i osnovni motiv celokupne knjige.

d)

Tabela IV.21

<i>ispad</i>		$P_M=200\text{MW}$ $t=6$ godina	
$P_{isp}$ (MW)	p (1)	t (%)	pt (%)
1x46	0,1084705	-	-
2x46	0,00553421	13,33	0,073784
3x46	0,0001506	51,67	0,007781
$\Sigma pt$		-	0,081570
$E$ (dan/god)		-	0,297732

Tabela IV.21, za 6x46MW,  $p=0,98$  i  $P_M=200$  MW u šestoj godini, daje

$$E_6 = 0,297732 \text{ dan / god, manje od } E_5 = E_{kr} = 2,421931 \text{ dan / god.}$$

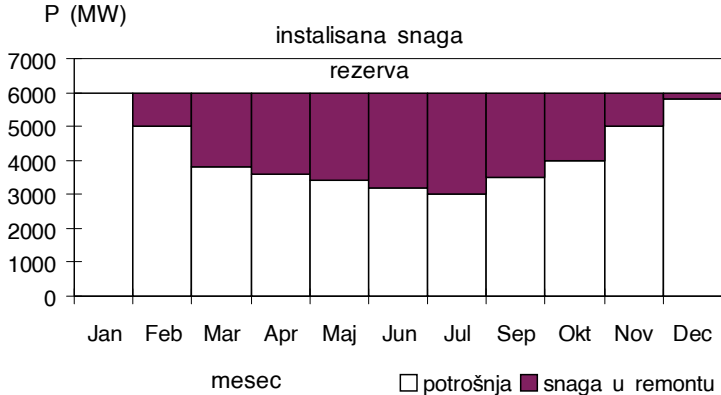
**Problem IV.21** Objasniti *pristup problemu planiranja remonta* ili planiranih ispada. Kako se planirani ispad tretira u LOLP metodi?

### Rešenje:

*Planirani ispad* ili *remont* (definicija, problem IV.14) u dugoročnom planiranju (2-30 godina) obično se analiziraju sa manje detalja nego u eksploataciji. Elementi za odlučivanje u planiranju remonta su:

- godišnji dijagram opterećenja potrošača sistema
- zahtevi svake generatorske jedinice u vezi sa remontom
- proteklo vreme od poslednjeg planiranog remonta za svaku generatorsku jedinicu
- veličina generatorske jedinice.

Tipično za remonte je da imaju *cikličnost*. Glavna planirana isključenja kod termoelektrana sprovode se svakih 4 do 6 godina, kada se izvode veliki izvođački radovi, preventivno održavanje i popravke. Ova isključenja sa mreže mogu da traju i 5-10 nedelja. U godinama unutar ovog ciklusa, za sve popravke i preglede dovoljno je samo 3-5 nedelja [9]. Problem remonta se rešava kroz ispunjenje cilja *da rezerva u sistemu bude konstantna*. To se najbolje postiže tako što se snaga generatora planirana za remont vidi kao *dodata* opterećenju potrošača (slika IV.51).

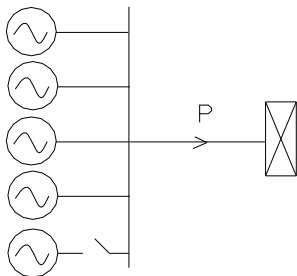


Slika IV.51

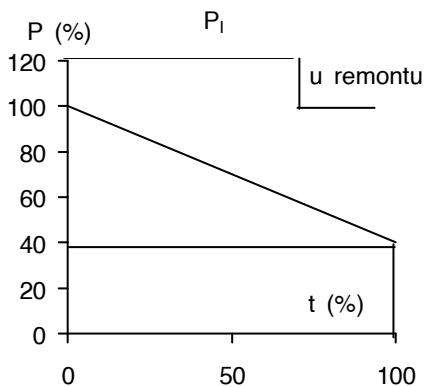
Dijagram na slici IV.51 sastavljen je od mesečnih maksimuma  $P_M$ . Neka je  $P_{rem}$  mesečna snaga u remontu a  $P_i$  instalirana snaga sistema (konstantna). Izrazimo rezervu ovako:

$$R = P_{rg} - P_M = (P_i - P_{rem}) - P_M = P_i - (P_{rem} + P_M)$$

Znači, treba i  $(P_{rem} + P_M)$  da bude konstantno, kao što je idealizovano na slici IV.51. Približni algoritam održavanja: pošto se generatori, kandidati za remont, poredaju po veličini, najveći generatori planiraju se za remont u mesecima sa najnižim maksimumom opterećenja, zatim na red dolaze srednji, da bi na kraju prostor do instalisane snage popunile male jedinice. Do sada smo podrazumevali da u LOLP metodi *model opterećenja* važi tokom cele godine i da je *generisanje sistema konstantno* u toku godine. Model je pružao mogućnost da planiramo adekvatan rad sistema za događanje *prinudnih* ispada. LOLP metoda može da uključi i *planirane* ispade (remonte) uz prinudne ispade u model (slika IV.52). Recimo da remont jednog generatora traje četvrtinu godine, u periodu nižeg opterećenja sistema. Sve događaje ispada *približno* možemo da dobijemo sa slike IV.53.



Slika IV.52



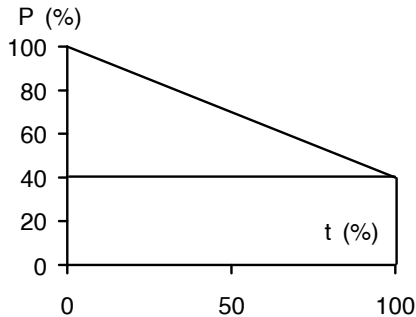
Slika IV.53

Sa slike IV.53 vidimo da treba korigovati “crtu” *instalisanu* snage (od koje se računaju ispadi) tako što se od njene ordinate, u dužini trajanja remonta ( $t=25\%$ ), oduzme snaga u remontu.

*Egzaktan postupak* sastojao bi se u formiranju tabela ispada *stvarno raspoloživih jedinica* za periode remonta i periode bez remonta. Ovo je analogno postupku koji smo već primenjivali.

Treći način je približan, kao i prvi. Biće opisan u sledećem primeru.

**Problem IV.22 LOLP metoda i planiranje remonta.** Elektroenergetski sistem sadrži 4x40MW generatora istog tipa ( $p=0,97$ ). Na slici IV.54 dat je godišnji dijagram trajanja opterećenja sistema. Maksimalno godišnje opterećenje sistema je  $P_M=120\text{MW}$ .



Slika IV.54

Izračunati:

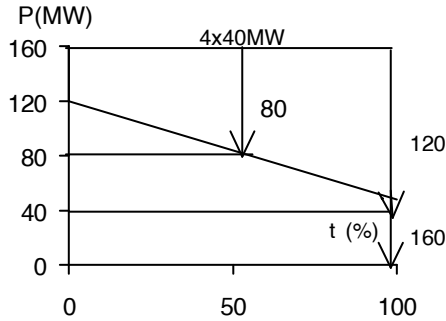
a) očekivani gubitak opterećenja  $E(\text{h/god})=E_{kr}$ ; b) ako se jedan generator nalazi u planskom remontu u trajanju od  $T_R=1/3$  godine u periodu smanjenih opterećenja sistema, naći približno  $E(\text{h/god})$  za taj slučaj; c) ako su jedinični troškovi instalisane snage  $0,005\text{NJ/kW}$ , a cena rizika od prekomernog gubitka opterećenja  $20\text{NJ/h}$ , ispitati da li bi bilo ekonomičnije ugraditi u sistem peti agregat u godini u kojoj se sprovodi planski remont ili plaćati rizik.

**Rešenje:**

a)

Sva stanja raspoloživosti za četiri generatora dobijaju se sa slike IV.55, iz tabele IV. iz tabele IV.12 i binomne raspodele za 4 generatora:

$$(p + q)^4 = 1$$



Slika IV.55

Tabela IV.12

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (1)	$t$ (%)	$pt$ (%)
$6p^2q^2$	80	0,005081	55,57	0,28235
$4pq^3$	120	0,000105	100	0,0105
$q^4$	160	0,000001	100	0,0001
$\Sigma pt$				0,293

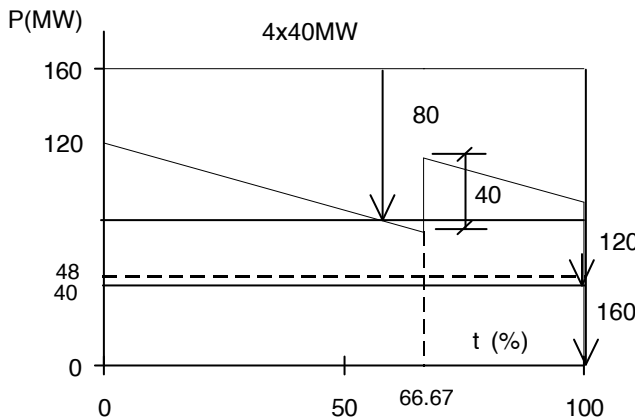
Očekivani gubitak opterećenja iz ove tabele je i kriterijumski nivo:

$$E_a = E_{kr} = 0,293 \frac{365}{100} = 1,07 \text{ dan / god}$$

b)

Na slici IV.56 prikazan je postupak približnog obuhvatanja efekta uvođenja remonta na izračunavanje očekivanog gubitka opterećenja. Planski ispadi (remonti) i ispadi kao slučajni (iznenadni) događaji mogu zajedno da se modeluju u LOLP metodi tako, što se "crta" instalisane snage "spusti" za iznos snage u remontu sve dokle remont traje (slika IV.53), ili tako što se "podigne" prava idealizovanog dijagrama trajanja opterećenja (slika IV.56), što se svodi na isto.

Tabela ispada (tabela IV.13) ima ista stanja, odnosno, ispadi generatora istog tipa, kao slučajni događaji, podležu binomnoj raspodeli verovatnoća.



Slika IV.56

Tabela IV.13

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (t)	$t$ (%)	$pt$ (%)
$6p^2q^2$	80	0,005081	88,89	0,45165
$4pq^3$	120	0,000105	100	0,0105
$q^4$	160	0,000001	100	0,0001
$\Sigma pt$				0,46225

Očekivani gubitak opterećenja iz ove tabele iznosi:

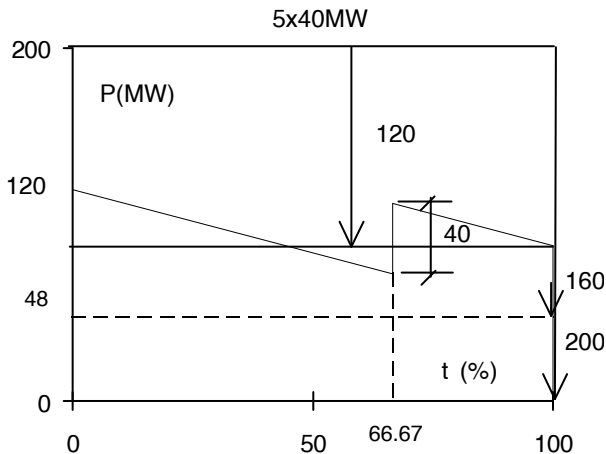
$$E_b = 0,46225 \frac{365}{100} = 1,687 \text{ dan / god}$$

c)

Pitanje je da li na početku godine velikog remonta treba uvesti novi generator i instalisanu snagu povećati na  $5 \times 40 = 200$  MW, ili ne? Sigurno je da će se očekivani gubitak opterećenja smanjiti ispod kriterijumskog, pošto se u 2/3 godine "margina" rezerve u odnosu na a) povećava, dok u poslednjoj trećini ostaje ista kao u a). Proverićemo ovu konstataciju. Potrebna je i nova tabela ispada za pet generatora (tabela IV.14), odnosno,

sva stanja se dobijaju iz slike IV.57 i to za binomni razvoj za pet generatora:

$$(p + q)^5 = 1$$



Slika IV.57

Tabela IV.14

stanje	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (t)	$t$ (%)	$pt$ (%)
$10p^2q^3$	120	0,000254	88,89	0,022582
$5pq^4$	160	0,000004	100	0,0004
$q^5$	200	~0	100	0
$\Sigma pt$				0,022975

Očekivani gubitak opterećenja iz ove tabele iznosi:

$$E_c = 0,022975 \frac{365}{100} = 0,08386 \text{ dan / god}$$

U varijanti c) nema troškova "prekomernog" gubitka opterećenja,  $E_c < E_{kr}$ , ali investicije iznose  $0,005 \times 40000 = 200 \text{ NJ}$ . U varijanti b) nema investicija, ali su troškovi prekomernog gubitka opterećenja  $(1,687 - 1,07) \times 24 \times 20 = 296,16 \text{ NJ}$ , pa

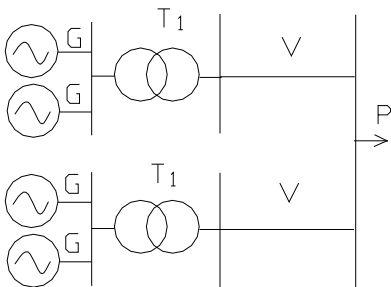


je jevtinija varijanta c, koja je i perspektivnija. Rast opterećenja i efekat vrednosti novca u vremenu nisu ovde uzeti u obzir.

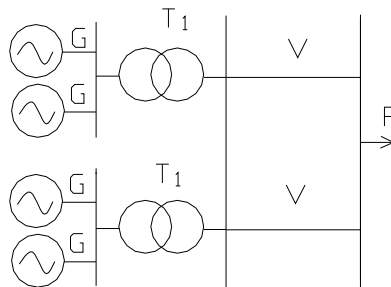
**Problem IV.23 LOLP metoda u različitim uklopnim šemama sistema.**

Analiziraju se četiri varijante elektroenergetskog sistema, sa četiri generatora iste snage, jednake raspoloživosti (slike IV.58-61) i sa potrošnjom koja je prikazana kao uređeni dijagram trajanja opterećenja (slika IV.62).

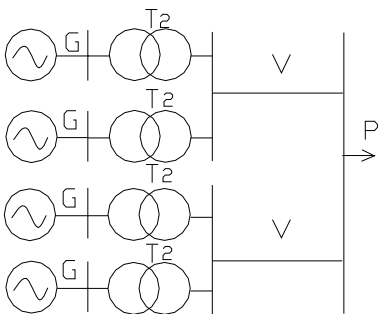
Maksimalno opterećenje sistema iznosi  $P_M=60\text{MW}$ . U tabeli IV.15  $P(\text{MW})$  označava instalisanu snagu generatora i transformatora. Kod vodova,  $P(\text{MW})$  je propusna moć voda. Simbol  $p(1)$  označava verovatnoću rada elementa. Potrebno je izračunati očekivani gubitak opterećenja  $E(\text{dan/god})$  za šeme na slikama IV.58-61, po LOLP metodi.



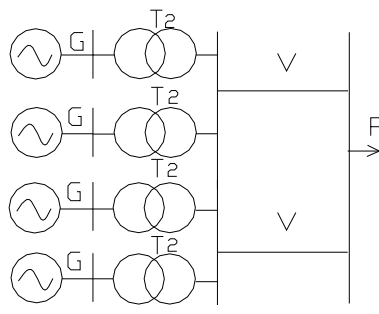
Slika IV.58



Slika IV.59



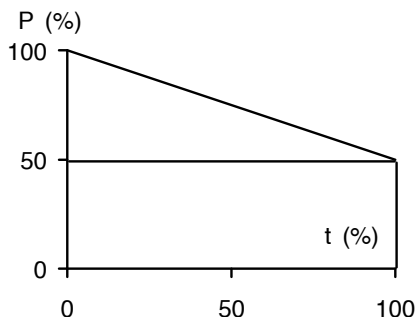
Slika IV.60



Slika IV.61

Tabela IV.15

	$G$	$T_1$	$T_2$	$V$
$P$ (MW)	20	50	20	50
$p$ (t)	0,97	0,995	0,995	0,992



Slika IV.62

**Rešenje:**

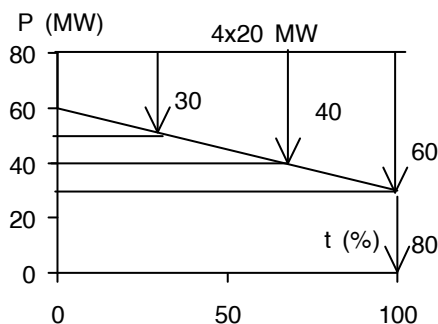
*Sabirnice* su komponenta koja se ne modeluje kao poseban *element* u LOLP metodi, u smislu u kojem model elementa definišu njegova *funkcija*, *snaga* i *pouzdanost*. Sabirnice su samo čvor u kojem je zadovoljena jednačina bilansa tokova snaga (izomorfna Kirchhoff-ovom zakonu za struje). Međutim, konfiguracija mreže *dobija na elastičnosti* uvođenjem sabirničkih sistema [69]. Osim toga, sistemi sabirnica bitno utiču na *sigurnost* elektroenergetskih sistema, kao i na pouzdanost.

“*Korektivnim prekidanjem*”, odnosno, promenom konfiguracije u mreži sistema može da se “upravlja” i to onim što izgleda neupravljlivo: mestom vezivanja generatora, vodova i transformatora. Tako može da se nađe “manje povrediva” konfiguracija u kojoj će mreža verovatno duže raditi bez ispada, odnosno, sa manjim očekivanjem ispada, u kojoj će biti manje gubitaka ili koja će da bude manje izložena opasnostima od naponskog kolapsa [49-62]. Elastičnije projektovane šeme, koje imaju veće mogućnosti za promenu uklopnog stanja, skuplje su i njihova funkcija (u novije vreme) nije shvaćena samo kao rezerviranje u slučaju ispada, već i kao *aktivna funkcija upravljanja pogonom sistema* (rasterećenje, smanjenje gubitaka,

izbegavanje naponskog kolapsa, povećanje sigurnosti). Uklopne šeme funkcionišu po zakonu velikih brojeva: pošto postoji *veliki broj kombinacija uklopnog stanja*, sigurno postoje neke kombinacije koje imaju povoljniji ishod, nego neke druge (heuristika). Treba samo generisati rešenja i - pretražiti. Ovde, "generator rešenja" je LOLP metoda, a kriterijum adekvatnosti povezivanja - očekivani gubitak opterećenja.

LOLP metoda i ovako formulisan problem IV.22 omogućava izvestan uvid u ovaj, već duže veoma aktuelan problem planiranja upravljanja ustaljenim stanjima sistema. Uvidom u slike IV.58-61 zapažamo *male promene konfiguracije mreže*, koje su izvedene samo povezivanjem sabirnica. Očekivani gubitak opterećenja pokazaće koja je šema "pouzdanija", dok će uvid u tabelu ispada da pokaže koje stanje najviše kontribuiria očekivanom gubitku opterećenja. Iz svega ćemo moći da izvučemo određene zaključke o tome kako je najbolje povezati šemu. U razmatranja nisu uključene investicije i odlaganje izvršenja plana, da se problem ne bi komplikovao. Treba ukazati i na *ekvivalentiranje* delova postrojenja, koje se javlja kao posledica primena *pravila za kombinovanje verovatnoća* (problem IV.4).

*Propusna moć voda ili kapacitet prenosa voda* (problem IV.13) javljaće se kao bitan činilac u deklarisanju događaja "ispad snage". Treba obratiti pažnju i na efekat *prebrojavanja stanja*, odnosno, na deklarisanje stanja koja dominantno doprinose očekivanom gubitku opterećenja i *proceni rezidualnih stanja*, koja se *deklarišu* i izračunavaju kao *komplement* do potpunog skupa svih mogućih stanja. Slika IV.63 prikazuje sve ispade moguće u ovim šemama.



Slika IV.63

Sa slike IV.58: raspoloživost transformatora T1 i voda redno, iznosi

$$p = p_{T1} p_V = 0,98704$$

$$q = 1 - p = 0,01296$$

Raspoloživost grupe od 2 generatora i gornje redne šeme iznosi:

$$r = p_G^2 p = 0,928706$$

Raspoloživost jednog, bilo kojeg iz grupe od 2 generatora i gornje redne šeme (ispad od 20MW grupe), iznosi:

$$m = 2 p_G q_G p = 0,057446$$

Neraspoloživost grupe od 2 generatora i gornje redne šeme (ispad od 40MW grupe) iznosi:

$$n = 1 - r - m = 0,013848$$

Očekivani gubitak opterećenja za slici šemu na slici IV.58 dobija se iz tabele ispada IV.16.

Tabela IV.16

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	<i>p</i> (1)	<i>t</i> (%)	<i>pt</i> (%)
$r^2$	0	0,862495	-	-
2rm	20	0,106702	-	-
$2m + m^2$	40	0,029021	66,67	1,9345399
2mn	60	0,001591	100	0,159102
$n^2$	80	0,000192	100	0,0192
$\Sigma pt$				2,112842

$$E = \sum pt \frac{365}{100} = 2,112842 \cdot 3,65 = 7,72 \frac{\text{dan}}{\text{god}}$$

Sa slike IV.59: raspoloživost grupe dva generatora i transformatora T1 (ispad 0 grupe), iznosi:

$$r = p_G^2 p_{T1} = 0,9361955$$

Raspoloživost jednog, bilo kojeg iz grupe od 2 generatora na red sa raspoloživim transformatorom T1 (ispad od 20MW grupe), iznosi:

$$m = 2p_G q_G p_{T1} = 0,057909$$

Neraspoloživost grupe od 2 generatora i transformatora T1 (ispad od 40MW grupe) iznosi:

$$n = 1 - r - m = 0,005896$$

Očekivani gubitak opterećenja za slici šemu na slici IV.59 dobija se iz tabele ispada IV.17.

Treba uočiti pojavljivanje događaja ispada 30MW, kojeg nije bilo u šemi na slici IV.58. Međutim, kontribucija očekivanom gubitku opterećenja događaja "ispad 30MW i ispad 40MW" u šemi na slici IV.59, ukupno je manja, nego samo događaja "ispad 40MW" u šemi na slici IV.58.

Tabela IV.17

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (1)	$t$ (%)	$pt$ (%)
$r^2 p_V^2$	0	0,862495	-	-
$2rmp_V^2$	20	0,106702	-	-
$(r^2 + 2rm)$	30	0,0156231	33,33	0,5210205
$\cdot 2p_V q_V$ $(2rn + m^2)$	40	0,0143921	66,67	0,9595245
$\cdot (1 - q_V^2)$ $2mn(1 - q_V^2)$	60	0,0006828	100	0,068282
$1 - \sum (\cdot)$	80	0,0000987	100	0,00987

$$E = \sum pt \frac{365}{100} = 1,558619 \cdot 3,65 = 5,69 \frac{\text{dan}}{\text{god}}$$

Sa slike IV.60: raspoloživost grupe generatora i transformatora T2, iznosi:

$$p = p_G p_{T2} = 0,96515$$

Neraspoloživost grupe generatora i transformatora T2, iznosi:

$$q = 1 - p = 0,03485$$

Potpuna raspoloživost grupe G-T2 i voda V (ispad 0 grupe), iznosi:

$$r = p^2 p_V = 0,9240624$$

Raspoloživost jedne, bilo koje od 2 paralelne G-T2-V grupe (ispad od 20MW grupe), iznosi:

$$m = 2pq p_V = 0,0667328$$

Potpuna neraspoloživost G-T2-V grupe (ispad od 40MW grupe), iznosi:

$$n = 1 - r - m = 0,009205$$

Očekivani gubitak opterećenja za slici šemu na slici IV.59 dobija se iz tabele ispada IV.18.

Treba uočiti izomorfizam tabela IV.16 i IV.18.

“Skuplje” rešenje na slici IV.60 sa jednim generatorom i jednim transformatorom u bloku, ima relativno manju verovatnoću “verovatnijih” ispada, onih od 20MW i 40MW, od rešenja sa dva generatora u bloku sa jednim transformatorom (slika IV.58).

Tabela IV.18

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (t)	$t$ (%)	$pt$ (%)
$r^2$	0	0,853891	-	-
2rm	20	0,012443	-	-
$2rn + m^2$	40	0,021465	66,67	1,4310886
2mn	60	0,0012286	100	0,122855
$n^2$	80	0,0000847	100	0,008473
$\Sigma pt$				1,562417

$$E = \sum pt \frac{365}{100} = 1,562417 \cdot 3,65 = 5,703 \frac{\text{dan}}{\text{god}}$$

Sa slike IV.61: raspoloživost p grupe generatora i transformatora iznosi:

$$p = p_G p_{T2} = 0,96515$$

$$q = 1 - p = 0,03485$$

Očekivani gubitak opterećenja za slici šemu na slici IV.61 dobija se iz tabele ispada IV.19. Uočimo događaje ispada iste snage kao za šemu na slici IV.59 (tabela IV.17). Od svih šema koje su prikazane na slikama IV.58-61, najmanji očekivani gubitak opterećenja ima šema na slici IV.61.

Tabela IV.19

<i>stanje</i>	$P_{isp}$ (MW)	$p$ (t)	$t$ (%)	$pt$ (%)
$p^4 p_V^2$	0	0,853891	-	-
$4p^3 q p_V^2$	20	0,123323	-	-
$(p^4 + 4p^3 q)$	30	0,015761	33,33	0,5253667
$\cdot 2p_V q_V$				
$6p^2 q^2 (1 - q_V^2)$	40	0,006788	66,67	0,452532

$4pq^3(1 - q_V^2)$	60	0,000163	100	0,0163
$1 - \sum (\cdot)$	80	0,000065	100	0,0065
$\Sigma pt$				1,0006997

---

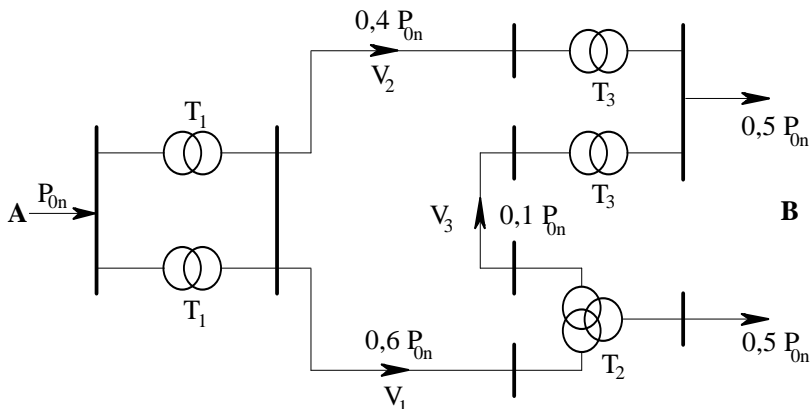

$$E = \sum pt \frac{365}{100} = 1,0006997 \cdot 3,65 = 3,65 \frac{\text{dan}}{\text{god}}$$

**Problem IV.24 Mreža. Deklarisanje stanja.** Za šemu na slici IV.64, na kojoj je prikazana raspodela tokova snage pri prenosu snage  $P_{0n}$  iz A u B, treba odrediti sve događaje ispada uređaja za prenos iz A u B i izračunati njihove verovatnoće. Ispadi uređaja za prenos ne uzrokuju preraspodelu snage u mreži. Podaci o prenosnim kapacitetima uređaja i verovatnoće rada  $p$  uređaja, dati su u tabeli IV.20.

Tabela IV.20

Transfor- matori	Prenosni kapacitet	$p$ (1)	Vod	Prenosni kapacitet	$p$ (1)
$T_1$	$1,0 P_{0n}$	0,997	$V_1$	$0,7 P_{0n}$	0,92
$T_2$	$1,0 P_{0n}$	0,996	$V_2$	$0,4 P_{0n}$	0,95
$T_3$	$1,0 P_{0n}$	0,998	$V_3$	$0,1 P_{0n}$	0,99





Slika IV.64

**Rešenje:**

Verovatnoće ispada snage  $0$ ,  $0,1 P_{0n}$ ,  $0,4 P_{0n}$ ,  $0,5 P_{0n}$ ,  $0,6 P_{0n}$ , i  $P_{0n}$  izračunavaju se iz izraza u kojima su preko svojih raspoloživosti, prisutni *svi* elementi.

Izraze stanja formiramo *deklarišući ih*, ili u postupku “*verbalizacije*”, *uvidom u šemu* na slici (IV.64).

Svi elementi prisutni su uvek makar implicitno, u vidu množenja brojem 1, što u tom slučaju znači koincidenciju sa svim (rad/kvar) što može uopšte da se dogodi sa jednim elementom).

$$P(0) = (1 - q_{T1}^2) p_{V1} p_{T2} p_{V3} p_{T3} p_{V2} p_{T3} =$$

$$= (1 - q_{T1}^2) p_{V1} p_{T2} p_{V3} p_{T3}^2 p_{V2} = 0,849747$$

$$P(0,1 P_{0n}) = (1 - q_{T1}^2) (1 - p_{V3} p_{T3}) p_{V1} p_{T2} p_{V2} p_{T3} = 0,0104077$$

$$P(0,4 P_{0n}) = (1 - q_{T1}^2) (1 - p_{V2} p_{T3}) p_{V1} p_{T2} p_{V3} p_{T3} = 0,0469868$$

$$P(0,5 P_{0n}) = (1 - q_{T1}^2) (1 - p_{V2} p_{T3}) (1 - p_{V3} p_{T3}) p_{V1} p_{T2} = 0,0005697$$

$$P(0,6 P_{0n}) = (1 - q_{T1}^2)(1 - p_{V1}p_{T2})p_{V3}p_{T3} = 0,0793363$$

$$\begin{aligned} P(P_{0n}) &= 1 - [P(0) + P(0,1 P_{0n}) + P(0,4 P_{0n}) + P(0,5 P_{0n}) + P(0,6 P_{0n})] = \\ &= 1 - 0,9870475 = 0,0129525 \end{aligned}$$

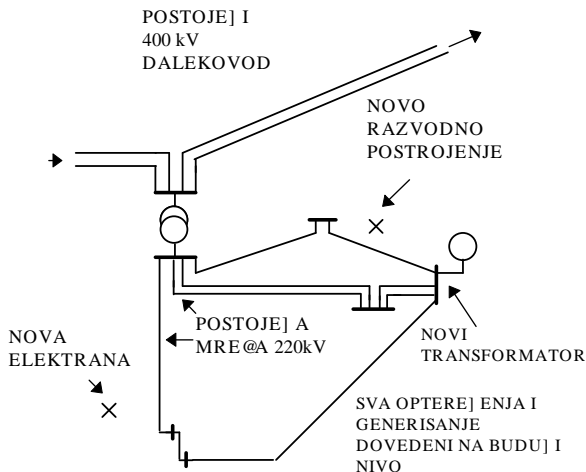
Tabela ispada i dijagram trajanja opterećenja mogu da budu sastavni deo ovakve vrste problema, pri čemu se sve svodi na prethodno razmatrani slučaj tabele ispada sa generatorima koji su "direktno na opterećenju". Mreža samo usložnjava proračun, koji je po formi uvek isti za LOLP metodu.

## V Planiranje mreža

**Problem V.1** Koje aktivnosti prethode oblasti pod nazivom **planiranje razvoja prenosnih mreža** i kako glasi osnovno pitanje planiranja razvoja mreža elektroenergetskog sistema? U čemu se sastoji **tradicionalni postupak planiranja mreža**, šta predstavlja **koncept sigurnosti** i u okviru njega **proračun tokova snaga**? Naznačiti **etape planiranja razvoja mreže**.

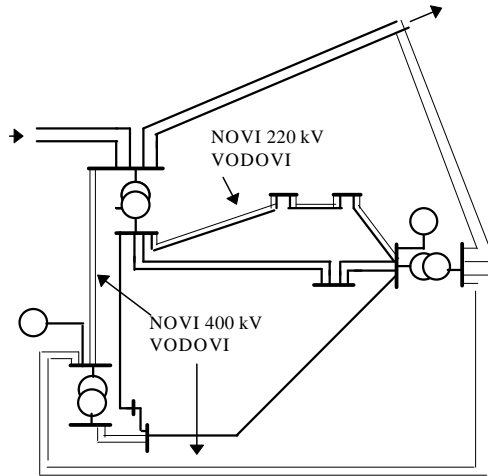
### **Rešenje:**

*Planiranje razvoja prenosnih mreža* elektroenergetskih sistema određeno je dugoročnom prognozom opterećenja potrošača i generisanja sistema. Osnovno pitanje glasi: *kada treba pojačati mrežu* dopunskim uređajima, kao što su transformatori za povećanje i sniženje napona, prekidači, vodovi?. Ovi uređaji mogu da budu različitih nazivnih napona. Odgovor na ovo pitanje temelji se na konceptu statičke *sigurnosti* sistema. Tradicionalni postupak se obično naziva *studija za horizont-godinu* i počinje skiciranjem preliminarnog rešenja za nivoe opterećenja sistema koji su nekoliko puta veći od postojećeg opterećenja. Cilj je *da se identifikuju dugoročne potrebe* mreže sistema. Rešenje se proverava *potpunim proračunom tokova snaga*. Posle uvida u rezultate proračuna, iskusni projektant se trudi da sagleda i neke buduće zahteve. Oni su takođe u domenu *sigurnosti* mreže i sistema, i tiču se uslova rada u režimu vršnog opterećenja, u nekom od režima izvan vršnog opterećenja, pri ispadima generatora kao i uređaja za prenos. Iskustvo planera mreže je presudno, pa će tako odabrana pojačanja biti zasnovana na rezultatima mnogih provera, na *analizama alternativnih rešenja*, a ne samo na jednom proračunu tokova snaga. Postupak planiranja je *heuristički*, u poznatoj definiciji ovog pojma. Naime, do rešenja se dolazi tako što se *generišu* potencijalna rešenja, podvode pod *kriterijum (sigurnosti)* i zatim, odbacuju ona koja ne ispunjavaju taj kriterijum. Treba uzeti u obzir i *ekonomski kriterijum*, kao i vrednost novca u vremenu. Računarski programi "automatizuju" rezonovanje planera sistema i mreže, ali je presudno iskustvo. "Uprošćeni" ili *DC proračun tokova snaga* je veoma značajna pomoć planeru za *brzu ("preliminarnu") analizu* brojnih varijantnih rešenja. *Etape planiranja razvoja mreže* su: izrada studije mreže za uslove *horizont-godine*, kreiranje mreže i izgradnja mreže do njenog konačnog oblika u horizont-godini. Pretpostavlja se: a) da postojeća mreža predstavlja polazno rešenje; b) da postoji informacija o lokaciji i veličini budućih opterećenja potrošača; c) da su naponski nivoi unapred naznačeni.



Slika V.1

Na slici V.1 prikazana je šema mreže u početnoj godini sa elementima iz proračuna razvoja generisanja i prognoze potrošnje, kao i sa lokacijama novih postrojenja. Šema mreže u završnoj, horizont godini, koja može da bude i 20 godina unapred, data je na slici V.2. Mreža se “ojačava” u njenom virtualnom napredovanju i rastu kroz vreme, godinu za godinom, sve do horizont-godine. Više detalja generišu studije početnih godina, broj provera opada u kasnijim godinama. U nekim kasnijim godinama, međutim, može da dođe do većih promena u sistemu, koje zahtevaju detaljnije studije. Takav je slučaj kada se u sistem uključuje nova elektrana, ili kada se uvodi novi naponski nivo. Dugoročna studija razvoja elektroenergetskih sistema treba da ispita uticaj veličine i lokacije velikih elektrana, uvođenje novih naponskih nivoa, da izračuna optimalne investicione troškove, kao i troškove povećanja sigurnosti mreže, idući putem najmanjih troškova, kao u problemu III.9. Troškovi investicija se izračunavaju na osnovu ulaznih podataka sa lista opreme i njihovih cena. Podaci su u jediničnim cenama kao što su NJ/km voda, NJ po prekidaču, NJ/MVA instalisane snage transformatora. Rezultati proračuna troškova investicija uključuju i izveštaje o godišnjim troškovima investicija za svaku godinu planiranja i ukupne sadašnje vrednosti svih godišnjih troškova. Ovi izveštaji su veoma slični izveštajima za razvoj generisanja i mogu sa njima da budu kombinovani. Na slici V.2 prikazana je mreža u horizont-godini definisana studijom za razvoj mreže elektroenergetskog sistema.



Slika V.2

**Problem V.2** Šta je **statička sigurnost elektroenergetskog sistema**.

**Rešenje:**

*Sigurnost* je stanje zaštićenosti ili neizloženosti riziku [70]. U upotrebi u planiranju i eksploataciji elektroenergetskih sistema je definicija po kojoj se *sigurnost (statička)* izjednačava sa *cikličnim traženjem odziva sistema na unapred sačinjenu listu poremećaja* [71]. “Sistem” je definisan svojim modelom, poznatim *proračunom tokova snaga (load flow)*. “Odziv sistema” su snage (aktivne i reaktivne) i kompleksni naponi u čvorovima mreže. “Lista poremećaja” je lista ispada (vodova, transformatora, generatora), sačinjena po kriterijumu težine poremećaja koje prouzrokuje pretpostavljeni ispad, ili po statistički registrovanoj, relativno velikoj učestanosti njegovog događanja. Uočavamo *heurističku prirodu* ove radne definicije: imamo *i generisanje “odziva” i pretraživanje “odziva”* po nekom kriterijumu. *Kriterijum* pod koji se podvode odzivi sistema definiše se kao “*radna ograničenja*”. *Ukoliko je povređeno makar i jedno radno ograničenje, smatra se da sistem nije siguran*. Aktivna snaga voda, izlazna snaga generatora, naponski nivo, obrtna rezerva, predstavljaju veličine koje imaju istaknuta radna ograničenja. *Radna ograničenja* su (s obzirom na model) poznata *ograničenja proračuna tokova snaga* [72]:

1. ograničenja tipa *jednakosti* (bilans snaga u čvoru)
2. ograničenja tipa *nejednakosti* (maksimalni/minimalni naponi, snage, struje u mreži)
3. stanje *povezanosti* sistema (integrisan/dezintegrisan sistem).

Drugačije rečeno, povreda nekog radnog ograničenja znak je da sistem neće moći *da se zadrži* u *normalnom radnom režimu*. Postoji i opasnost da dođe do potpunog *raspada* elektroenergetskog sistema. Testiranje na hipotetičke “poremećaje” sa liste omogućava planeru pogona mreže ili planeru razvoja mreže da bude “jedan korak ispred” stvarnog događaja i da “upravlja” događajima, u okviru svojih mogućnosti (preraspodelom generisanja, korektivnim prekidanjem). Ovaj koncept je isti u eksploataciji [73] kao i u planiranju. *Ne može se očekivati od sistema da bude siguran u eksploataciji, ako nije prošao test sigurnosti u fazi planiranja* [58]. S obzirom na *heurističku prirodu* koncepta statičke sigurnosti, ne postoji egzaktna “mera” (kvantifikator, broj, pokazatelj) sigurnosti. Ukoliko nije u normalnom radnom režimu (u kojem je inače 99% vremena), sistem je ili “nesiguran” ili “ugrožen”, odnosno u “poremećenom radnom režimu”. Poremećeni radni režim (u krajnjem ishodu *blackout* = totalni raspad sistema) češće je posledica “laganog kvarenja” sistema nastalo superponiranjem poremećaja na poremećaj, nego dejstva jednog “velikog” poremećaja [74]. U suštini jednostavan, koncept statičke sigurnosti poznat je i kao (n-k)-sigurnost. Ovde k označava broj od n mogućih komponenata sistema u simultanom ispadu, pri kojem nije narušen kriterijum sigurnosti (radna ograničenja). Najviše se koristi princip (n-1)-sigurnosti, pa ćemo ga i mi ovde upotrebljavati.

**Problem V.3** U čemu je *razlika između pouzdanosti, sigurnosti i stabilnosti elektroenergetskog sistema?*

**Rešenje:**

*Pouzdanost* je *verovatnoća* uspešnog rada sistema. Ona se odnosi na relativnu učestanost slučajnih događanja s obzirom na dugi period posmatranja događaja u sistemu. Pouzdanost je funkcija prosečnog (u vremenu) rada (uspešnog ili neuspešnog) sistema i njena glavna primena je u domenu *planiranja* elektroenergetskih sistema. *Sigurnost* se smatra trenutnim, vremenski promenljivim stanjem sistema i funkcija je *robustnosti* sistema s obzirom na moguće *poremećaje*, koji prete da ugroze sistem. *Stabilnost* je uži uslov koji se tiče mogućnosti nastavljanja paralelnog,

sinhronizovanog rada svih generatora u sistemu i važan je *faktor sigurnosti* [74]. Postoji tendencija prema integraciji koncepta sigurnosti i pouzdanosti, uz uvažavanje nesigurnosti dešavanja događaja [75]. Novi, integralni koncept sigurnosti i pouzdanosti uvodi pokazatelje pouzdanosti kao kvantifikatore robusnosti sistema [76].

#### ***Problem V.4 Kriterijumi, faze i metode planiranja prenosnih mreža.***

##### ***Rešenje:***

Osnovni *kriterijum planiranja* prenosnih mreža je minimizacija *konstruktivnih i eksploatacionih troškova* uz zadovoljavanje zahteva da se električna snaga isporučuje potrošačima na *siguran način*. *Sistem je siguran* kada je u *normalnom režimu*, inače se nalazi u *poremećenom* radnom režimu. Zadatak planera je da konačnu mrežu posmatra kao sukcesiju mreža u normalnom radnom režimu, odnosno, ne dopušta se da mreža u jednoj etapi razvoja bude ostavljena u poremećenom radnom režimu. Aktivnosti na studiji razvoja mreže mogu da budu nazvane *formiranjem šeme i evaluacijom*. [77]. *Formiranje šeme* je određivanje jedne ili više alternativa mreže koje imaju relativno niske troškove, koje pritom ispunjavaju zahteve mreže u pogledu *ograničenja prenosa*. Kao što je rečeno, planeri koriste svoje iskustvo da odrede konfiguraciju mreže koja se širi. Potpuna automatizacija i potpuna zamena planera računarom još uvek nije u izgledu, s obzirom na sadašnji stepen razvijenosti računarskih metoda zasnovanih na optimizaciji. *Evaluacija šeme* je proračun tokova snaga, stabilnosti, kratkih spojeva, pouzdanosti i ekonomskih pokazatelja, u cilju određivanja optimalne šeme. S obzirom da su proračuni tokova snaga, stabilnosti i kratkih spojeva poznati iz drugih predmeta u kojima se izučava problematika elektroenergetskog sistema, izučavanje studija planiranja mreža obično se koncentriše na *formiranje šeme*. Uopšte, planiranje razvoja prenosnih mreža koncentriše se na sledeća pitanja:

1. Gde ugraditi novi vod?
2. Kada ugraditi novi vod?
3. Koju vrstu voda ugraditi?

Planiranje prenosnih mreža može da se podeli na *statičko* i *dinamičko* planiranje mreža. *Statičko planiranje* mreža se bavi poveznim šemama mreže za horizont-godinu i ne dotiče se problema prenosa u godinama između. Ono se ne bavi pitanjem *kada* ugraditi novi povezni vod. Prema

tome, kada se porede troškovi, kapitalni troškovi se zanemaruju, pošto se ne zna iz koje godine ih treba diskontovati. Za duži period posmatranja, usvaja se nekoliko horizont-godina, za koje se posebno analizira problem šeme i mogućnosti prenosa. U takvim okolnostima, treba odlučiti *gde i kada* ugraditi novi vod. Ovakvo planiranje, naziva se *dinamičko planiranje* prenosnih mreža. I statičko i dinamičko planiranje mreža bave se pitanjima izbora naponskog nivoa, korišćenja jednosmernog prenosa, i drugim. Izbor naponskog nivoa i koordinacija naizmeničnog i jednosmernog predstavljaju komplikovani problem, koji zavisi ne samo od rasta opterećenja i njegove raspodele, već i od ukupnog ekonomskog razvoja jedne zemlje, tehnološkog napretka, kao i drugih faktora, od kojih neki nisu ni uključeni u postojeće modele planiranja mreža. Obično se postupa tako da se studija razvoja obavi za *postojeće naponske nivoe* mreže. Ukoliko se ipak insistira na uvođenju novih naponskih nivoa u razmatranje, tada se upoređuje nekoliko zasebnih razvojnih šema.

***Problem V.5*** Ako metode planiranja prenosnih mreža delimo na heurističke i optimizacione, kako možemo da nazovemo ***etape heurističkog pristupa planiranju prenosnih mreža?***

***Rešenje:***

*Heuristički pristup* se zaniva na inženjerskoj intuiciji planera i ne uzima u obzir optimizaciju. Prednost postupka je neposredna primena, fleksibilnost, brzina izračunavanja, razumljivost. Heuristička metoda se sastoji od provere na preopterećenje, analize osetljivosti i formiranja šeme.

#### *1. Provera na preopterećenje*

Provera na preopterećenje je etapa u kojoj se mreža proverava na adekvatnost kapaciteta za prenos snage. Primenjujući princip (n-1)-sigurnosti, proverava se narušavanje kriterijuma radnih ograničenja. U upotrebi su dva tipa proračuna tokova snaga, *potpuni* ili *AC proračun* (*AC = alternating current = naizmenična struja*) [78] i *uprošćeni, linearni* ili *DC proračun* (*DC = direct current = jednosmerna struja*) tokova snaga. DC proračun je jednokoračna (neiterativna, direktna), linearna aproksimacija AC proračuna [79]. DC metoda daje samo aktivne tokove snaga i uglove u mreži, ali ne i reaktivne snage i napone čvorova. Takozvane "*greške DC proračuna*" (odstupanja od AC proračuna kod veličina koje obe metode mogu da generišu) javljaju se usled zanemarenja u modelu i predstavljaju izvestan



problem kada se primenjuje DC metoda. Zauzvrat, postoji i dobitak i to na brzini izračunavanja. DC metoda je veoma zastupljena u planiranju mreža. *Neizvesnost* u pogledu egzaktnosti podataka o mreži svojstvena je planiranju na duži rok. AC proračun tokova snaga kao “tačniji” od DC stoga i nije u prvom planu (čemu tačnost proračuna zasnovanog na podacima neizvesne “tačnosti”). DC metoda, međutim, daje dovoljno dobar okvir za proučavanje rezultata aktivnih tokova snaga u mreži, što je važno u *analizama sigurnosti*. Preimučstvo u brzini izračunavanja koje DC metoda (“približna”) poseduje nad AC metodom, pokazuje se važnim zbog mogućnosti bržeg “generisanja” i pretraživanja velikog broja varijantnih rešenja mreže elektroenergetskog sistema. U najvećem broju slučajeva primenjivanje DC modela za proračun tokova snaga ukazuje na *heuristički princip metode koja je inkorporira*. Napominjemo da određenje približnog u planiranju ne stoji nasuprot tačnog, pošto se *ne može sa sigurnošću znati šta je to tačno*, dok se ne ostvari u budućnosti. Približno se odnosi na prednosti koje donosi pojednostavljenje matematičkog aparata, a koje se ogledaju u dobitku na brzini generisanja potencijalnih rešenja, kao i na brzini pretraživanja. Prema tome, pojednostavljenje je uvek u korist heurističkog postupka i zbog njega. Unekoliko drugačiji pogled na DC metodu pruža izražavanje *DC proračuna tokova snaga kao generatora prenosnih simboličkih funkcija mreže*, ili transfer funkcija mreže sa simbolima umesto brojeva, što omogućava dobijanje potpunijih analiza osetljivosti [79,80] za razliku od poznatih, klasičnih numeričkih postupaka, zasnovanih na generisanju tabelarnih rešenja “tačku po tačku”. U Dodatku je prikazan primer ovih istraživanja. U nastavku, biće predstavljena potpuno matrično izvođenje DC modela sa objektnom dekompozicijom komponenata mreže na elemente [79,81].

## 2. *Analiza osetljivosti.*

Kada se utvrdi da je neki vod ili transformator (grana) preopterećen, koristi se analiza osetljivosti da se pronađe koja je to grana koju treba dodati postojećoj konfiguraciji, da se dobije najbolji efekat rasterećenja. Najbolji efekat rasterećenja ima ono dodavanje grane koje rasterećuje pomenutu granu, a da pritom ne preopterećuje nijednu drugu, uz najniže troškove investicija. U upotrebi su različiti indikatori, takozvani *indeksi efikasnosti*.

## 3. *Formiranje šeme.*

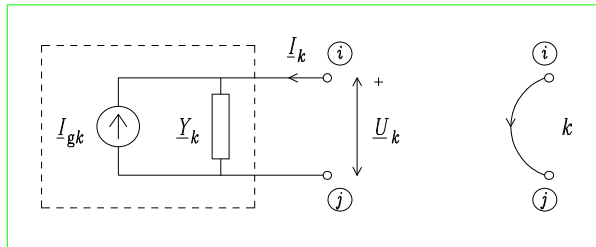
Dodavanje grana može da bude u koracima koje određuje stepen efikasnosti definisan u prethodnom koraku. Najjednostavniji način bi bio onaj

u kome se u jednom koraku dodaje jedna grana ili grupa grana, koje imaju najbolji *indeks efikasnosti*.

**Problem V.6** Polazeći od metode napona čvorova, izvesti **DC proračun tokova snaga u matičnoj formulaciji**.

**Rešenje:**

Izvođenje DC metode polazi od metode napona čvorova, odnosno nodalne analize (NA) [79,81]. Elektroenergetski sistem se modeluje *komponentama* koje se raščlanjuju na *elemente*, slika V.3. Ovim modelom se predstavljaju: generatori, potrošači, prenosni vodovi, transformatori, statički kondenzatori, itd. Na slici V.3 prikazani su *element* i njegov *orijentisani graf*.



Slika V.3

Neka je mreža elektroenergetskog sistema modelovana sa  $b$  elemenata. Neka je broj čvorova  $c = n + 1$  i neka je definisan *referentni čvor*. *Konstitutivna jednačina elementa* je

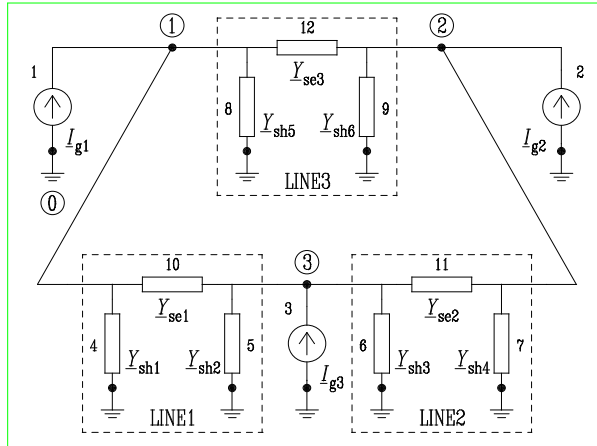
$$I_k = Y_k U_k - I_{gk}, \quad (k = 1, 2, \dots, b)$$

Uvodeći matrice struja i napona elemenata,  $\mathbf{I} = [I_1 \ I_2 \ \dots \ I_b]^T$ ,

$\mathbf{U} = [U_1 \ U_2 \ \dots \ U_b]^T$  i  $I_g = [I_{g1} \ I_{g2} \ \dots \ I_{gb}]^T$ , kao i matricu admitansi,  $\mathbf{Y} = \text{diag}(Y_1, Y_2, \dots, Y_b)$ , jednačine karakteristika mogu da se kompaktno predstaviti u obliku

$$\mathbf{I} = \mathbf{YU} - \mathbf{I}_g$$

Alternativno, može se koristiti matrica impedansi:  $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1} = \text{diag}(Z_1, Z_2, \dots, Z_b)$ ,  $Z_k = 1/Y_k$ . Pritom,  $Z_k = r_k + jx_k$ ,  $Y_k = G_k + jB_k$



Slika V.4

Prethodno uvedene matrice mogu da se particioniraju na submatrice, tako da odgovaraju strukturi realnog sistema. Razlikuju se: uzemljeni strujni izvori, (indeks "gen", **generatori**, koji predstavljaju injektiranje snage, generisanje i/ili potrošnju), uzemljene admitanse, (indeks "sh", **shunt** ili otočni elementi) i neuzemljene admitanse (indeks "se", **serijski** elementi) (slika V.4).

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\text{gen}} \\ \mathbf{I}_{\text{sh}} \\ \mathbf{I}_{\text{se}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_g = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{g,\text{gen}} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\text{gen}} \\ \mathbf{U}_{\text{sh}} \\ \mathbf{U}_{\text{se}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \text{diag}(\mathbf{0}, \mathbf{Y}_{\text{sh}}, \mathbf{Y}_{\text{se}})$$

Neka je broj "gen," "sh" i "se" elemenata  $b_{\text{gen}}$ ,  $b_{\text{sh}}$ ,  $b_{\text{se}}$ , respektivno. Očigledno,  $b_{\text{gen}} = n$ , i  $b = b_{\text{gen}} + b_{\text{sh}} + b_{\text{se}}$ . Posmatrajmo primer sistema sa tri čvora, slika V.4. Prenosni vodovi su predstavljeni  $\Pi$

ekvivalentnim šemama. Po jedan uzemljeni strujni generator je priključen za svaki čvor da bi se analizirao opšti slučaj. Svedena matrica incidencije je

$$\mathbf{A} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{A}_{sh} \quad \mathbf{A}_{se}]$$

gde je  $\mathbf{1}$  jedinična matrica reda  $n$ . Prva aproksimacija DC proračuna eliminiše šant elemente

$$\mathbf{Y}_{sh} = \mathbf{0}$$

što daje

$$\mathbf{Y} = \text{diag}(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{Y}_{se})$$

Definišimo vektor napona čvorova

$$\mathbf{V} = [\underline{V}_1 \quad \underline{V}_2 \quad \dots \quad \underline{V}_n]^T$$

gde je  $\underline{V}_i = V_i \exp(j\theta_i)$ ,  $j = \sqrt{-1}$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Kirhofov zakon za struje

$$\mathbf{A} \mathbf{I} = \mathbf{0}$$

i alternativna forma Kirhofovog zakona za napone

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}^T \mathbf{V}$$

zajedno sa jednačinama karakteristika daju

$$\mathbf{A} \mathbf{Y} \mathbf{A}^T \mathbf{V} = \mathbf{A} \mathbf{I}_g$$

Uvodeći admitansnu matricu čvorova mreže,  $\mathbf{Y}_{bus} = \mathbf{A} \mathbf{Y} \mathbf{A}^T$ , i vektor strujnih injektiranja,  $\mathbf{J}_g = \mathbf{A} \mathbf{I}_g$ , sledi

$$\mathbf{Y}_{bus} \mathbf{V} = \mathbf{J}_g$$

$$\mathbf{Y}_{bus} = \mathbf{A}_{se} \mathbf{Y}_{se} \mathbf{A}_{se}^T$$

$$\mathbf{J}_g = \mathbf{I}_{g,gen}$$

Druga aproksimacija DC metode zanemaruje gubitke u vodovima,  $r_{ij} \ll x_{ij}$ ,  $r_{ij}=0$ ,  $B_{ij}=1/x_{ij}$ , što daje

$$\mathbf{Y}_{se} = -j\mathbf{B}_{se}$$

Znak minus se uzima zbog podesnije forme izvođenja, a  $\mathbf{B}_{se}$  je dijagonalna matrica realnih elemenata  $B_{ij}$ . Jednačina  $\mathbf{Y}_{bus}\mathbf{V} = \mathbf{J}_g$  postaje

$$-j\mathbf{A}_{se}\mathbf{B}_{se}\mathbf{A}_{se}^T\mathbf{V} = \mathbf{I}_{g,gen}$$

Radi kompaktne matrične formulacije DC proračuna uvodi se dijagonalna matrica napona čvorova

$$\mathbf{V}_d = \text{diag}(V_1, V_2, \dots, V_n)$$

Vektor kompleksne snage strujnih izvora je

$$\mathbf{S}_{g,gen} = \mathbf{P}_{g,gen} + j\mathbf{Q}_{g,gen} = \mathbf{V}_d \mathbf{I}_{g,gen}^* = j\mathbf{V}_d \mathbf{A}_{se} \mathbf{B}_{se} \mathbf{A}_{se}^T \mathbf{V}^*$$

Obično se posmatraju i podrazumevaju normalizovani naponi i snage (sistem relativnih jedinica, skraćeno *rj* = *per unit system* ili *pu*) tako da je treća pretpostavka DC proračuna

$$V_i = 1, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad \cos(\theta_i - \theta_m) \approx 1, \quad \sin(\theta_i - \theta_m) \approx \theta_i - \theta_m, \\ (i = 1, 2, \dots, n), \quad (m = 1, 2, \dots, n), \quad i \neq m$$

Razvojem, *i*-ti red u  $\mathbf{S}_{g,gen}$  ima oblik

$$\underline{S}_i = jV_i^2 \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^n B_{im} - \underline{V}_i \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^n \underline{V}_m^* B_{im}$$

Na osnovu prethodne pretpostavke važi

$$\underline{V}_i \underline{V}_m^* \approx 1 + j(\theta_i - \theta_m)$$

pa se  $i$ -ti red u  $\mathbf{S}_{g,gen}$  svodi na izraz sa realnim veličinama

$$\underline{S}_i = \theta_i \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^n B_{im} - \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^n \theta_m B_{im} = P_i + j0$$

Uvidom u ovu jednakost, može se prepoznati opšti matični oblik

$$\mathbf{B}_{se}\Theta = \mathbf{P}$$

$$\Theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_n]^T$$

$$\mathbf{P} = [P_1 \quad P_2 \quad \dots \quad P_n]^T$$

Za datu mrežu, odnosno dato  $\mathbf{B}_{se}$  i injektiranja  $\mathbf{P}$ , određuju se uglovi (faze) napona čvorova  $\Theta$ , metodom trougaone faktorizacije ili matičnom inverzijom.

Pošto DC proračun podrazumeva slučaj bez gubitaka, admitanse su imaginarne i zadovoljena je konzervacija aktivne snage (*Tellegen-ova teorema*) izražena sumom

$$\sum_{i=1}^n P_i = 0$$

Ovaj uslov ukazuje na to da su jednačine sistema  $\mathbf{B}_{se}\Theta = \mathbf{P}$  linearno zavisne, odnosno da je determinanta matrice  $\mathbf{B}_{se}$  jednaka nuli. Kao što je poznato, takav sistem nema inverzno rešenje, koje nama u ovom slučaju treba. Drugim rečima, jedna promenljiva,  $\theta_{i_0}$ , može da se izrazi u funkciji ostalih,  $\theta_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ),  $i \neq i_0$ . Da bi se sistem  $\mathbf{B}_{se}\Theta = \mathbf{P}$  učinio linearno nezavisnim, postupa se tako što se početna faza napona jednog čvora proizvoljno izabere. Obično se usvaja,  $\theta_1 = 0$  što je poznato kao definisanje *referentnog čvora*. Red sistema  $\mathbf{B}_{se}\Theta = \mathbf{P}$  se smanjuje za 1, tačnije, *brišu se prva vrsta i prva kolona* matrice  $\mathbf{B}_{se}$ , čime se dobije *redukovana matrica*  $\mathbf{B}$ . Pošto se nađu uglovi, aktivne snage vodova se određuju iz jednačine

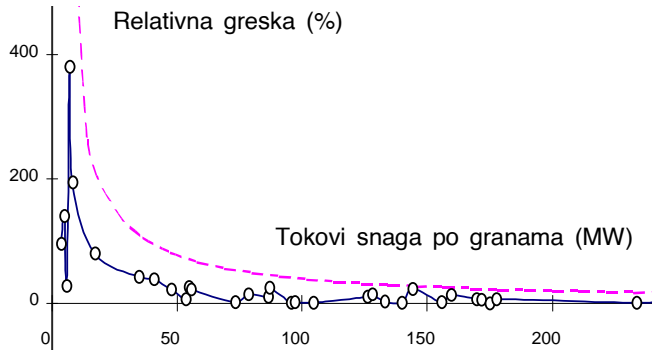
$$P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}}$$

( $i = 1, 2, \dots, n$ ), ( $j = 1, 2, \dots, n$ ),  $i \neq j$ .

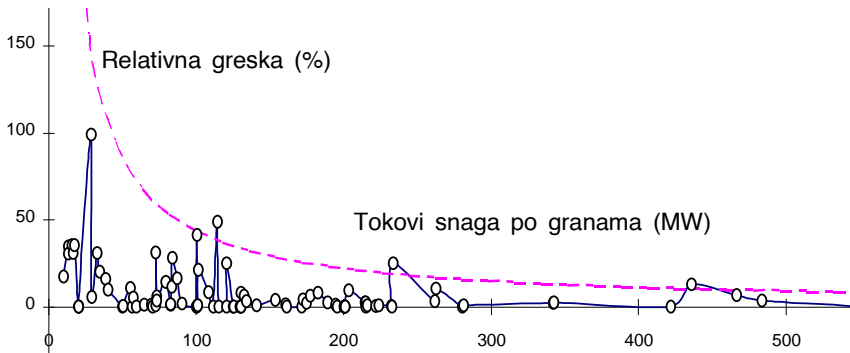
**Problem V.7** Šta je to “greška” DC proračuna tokova snaga?

**Rešenje:**

Prethodno izvođenje pokazuje da se uglovi napona čvorova i aktivne snage vodova mogu da odrede u funkciji parametara vodova i injektiranja aktivne snage. Uočava se *izomorfizam* jednačina  $\mathbf{Y}_{\text{bus}}\mathbf{V} = \mathbf{J}_g$  i  $\mathbf{B}_{\text{se}}\Theta = \mathbf{P}$ . Postoji obostrano jednoznačna korespodencija: a) *naponi* u metodi napona čvorova ili nodalnoj analizi (NA) odgovaraju *uglovima* u DC proračunu; b) *struje* u NA odgovaraju *aktivnim snagama* u DC proračunu. Izomorfizam ovde ističemo zbog *uobičajene* primene *teoreme superpozicije* iz NA na DC proračun [46,77]. Međutim, teorema superpozicije je *svojstvo linearnih električnih kola* [6]. Ona je samo pod gore navedenim aproksimacijama primenljiva i na “sistem” koji je inače definisan AC proračunom tokova snaga [49,51,82]. U statičkoj sigurnosti je uobičajeno da se rezultati DC proračuna *verifikuju* povremenim proverama pomoću AC proračuna [49]. Prikazaćemo relativne “greške”, odstupanje DC od AC toka grane, normalizovanog na AC tok snage grane, za test mrežu 24 čvora IEEE RTS (slika V.5) i prenosnu mrežu SR Jugoslavije od 75 čvorova (slika V.6) [36,38]. Metodologija za testiranje je uobičajena u statistici [83]. Primećujemo da se za obe mreže, većina “merjenja” nalazi u okvirima  $3\sigma$  obvojnice ( $\sigma$ =standardna devijacija), što je jedna indikacija da je primena DC metode na ove mreže moguća.



Slika V.5



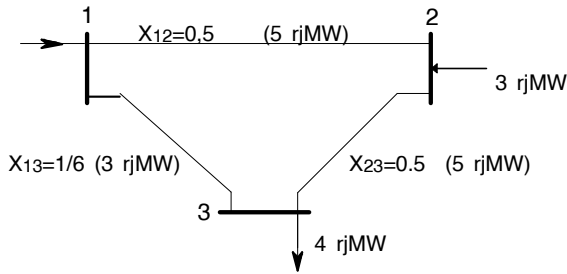
Slika V.6

U IEEE RTS mreži,  $3\sigma=37,95$  MW. Tokovi snaga u AC proračunu bili su u intervalu od 4,48 MW do 327 MW. Unutar obvojnice  $3\sigma$  nalazi se 100% relativnih grešaka DC metode. Relativne greške su veće za manje snage, ali su manji tokovi snage po granama i manje važni za posmatranje. DC proračun daje manju relativnu grešku za veće tokove snaga koji su i značajniji za planiranje mreža. U mreži SRJ tokovi snaga u granama su u intervalu od 8,59 MW do 550 MW,  $3\sigma=43,36$  MW. Unutar obvojnice  $3\sigma$  nalazi se 96,74% relativnih grešaka.

**Problem V.8** Za mrežu sistema u režimu maksimalnog opterećenja, potrebno je da se izvrši **analiza statičke sigurnosti po (n-1)-kriterijumu**.



Mreža predstavlja rad tri sistema u interkonekciji. Čvor 2 je pretežno generatorski, dok je čvor 3 pretežno potrošački (slika V.7).



Slika V.7

Koristiti DC proračun tokova snaga za rad sa balansnim čvorom 1. Podaci za proračun na slici V.7 su u relativnim jedinicama za reaktanse (rj) i aktivne snage (rjMW). Granice opterećenja (propusne moći u rjMW) vodova date su arbitrarno, u zagradama na slici V.7.

**Rešenje:**

*Analiza statičke sigurnosti po (n-1)-kriterijumu* u našim razmatranjima, sastoji se u proveru da li su prekoračena *ograničenja na vodovima* (o ograničenjima vodova videti problem III.26), kada se iz mreže izuzimaju jedan po jedan vod sa liste za ispad. Ovo je postupak koji je poznat i kao *analiza događaja (contingency analysis)* i sastoji se samo u registrovanju prekoračenja ograničenja (ako postoje), u *baznoj konfiguraciji mreže (proračun baznog stanja)*, zatim i u svim konfiguracijama mreže koja se od bazne razlikuje samo za jednu komponentu u ispadi. Ako mreža ima n komponentata, imamo n+1 proračun. Obično se bira režim maksimalnog godišnjeg opterećenja sistema, kada su tokovi snaga po vodovima najveći. Treba naglasiti da nije potrebno svaki put za ispad formirati **B** matricu mreže i tražiti njenu inverznu matricu, što je u redu, ali numerički zahtevno. Umesto toga, primenjuju se *metode kompenzacije* koje ispad uvode kao elementarnu promenu jednom invertovane bazne **B** matrice [84]. Metode kompenzacije su izvan okvira ove knjige. Konfiguracije sa registrovanim povredama ograničenja upućuju na to da mrežu treba “ojačati”. Ovo će biti tema problema V.8.

1. Proračun bazne mreže:

Formiranje matrice  $\mathbf{B}$  u jednačini  $\mathbf{B}\Theta = \mathbf{P}$

$$B_{22} = \frac{1}{0,5} + \frac{1}{0,5} = 4$$

$$B_{23} = B_{32} = -\frac{1}{0,5} = -2$$

$$B_{33} = \frac{1}{0,5} + 6 = 8$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{28} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,57143 \\ -0,35714 \end{bmatrix}$$

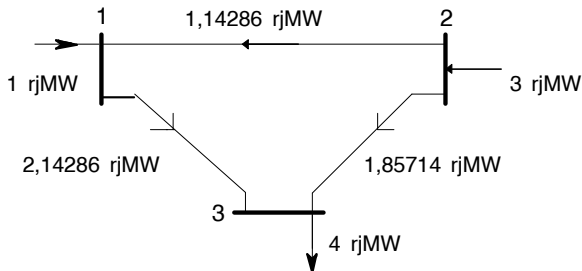
$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = \frac{0 - 0,57143}{0,5} = -1,14286 \text{ rjMW}$$

$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}} = 6(0 + 0,357143) = 2,14286 \text{ rjMW}$$

$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}} = \frac{0,57143 + 0,357143}{0,5} = 1,85714 \text{ rjMW}$$

$$P_1 = P_{12} + P_{13} = -1,14286 + 2,14286 = 1 \text{ rjMW}$$

Rešenje *baznog stanja* dato je na slici V.8.

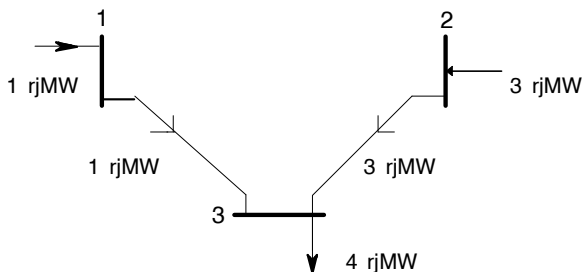


Slika V.8

Nijedno ograničenje voda nije narušeno. Analiza sigurnosti se nastavlja DC proračunom za mreže koje se od bazne konfiguracije razlikuju za po jednu isključenu granu. *Tellegen-ova teorema* primenjena na mrežu bez gubitaka daje  $P_1 = -P_2 - P_3$ . *Kirchhoff-ov zakon za struje* je dovoljan da odredimo tokove u mrežama jednostavnih konfiguracija, prikazanim na slikama V.9-11. Složeniji sistem, međutim, iziskuje proračune kao za bazno stanje

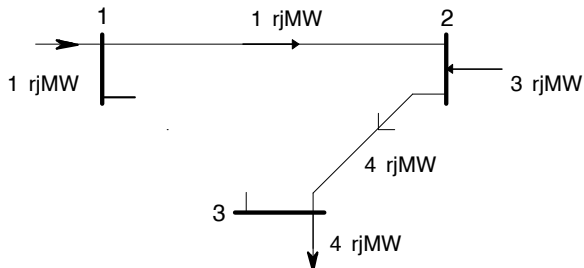
## 2. Proračun (n-1)-stanja

### 2.1 Ispad voda 1-2 (stanje bez povrede ograničenja)



Slika V.9

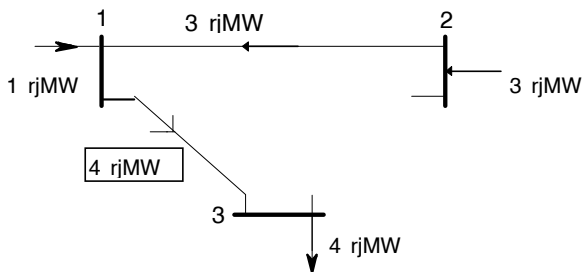
### 2.2 Ispad voda 1-3 (stanje bez povrede ograničenja)



Slika V.10

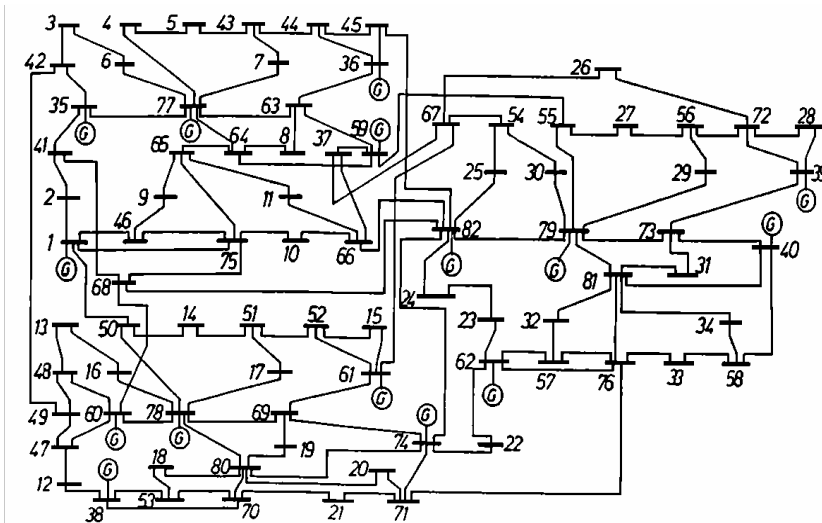
### 2.3 Ispad voda 2-3 (stanje sa povredom ograničenja na vodu 1-3)

*Ispad jednog voda* dovodi do *narušavanja ograničenja sigurnosti na drugom vodu* (povreda ograničenja tipa nejednakosti, problem V.2, stav 2). Ipak, ne bi se (barem ne momentalno) dogodio i ispad opterećenja potrošača (stavovi 1 i 3). Zbog ovoga se u projektovanju mreže teži da svaki čvor ima barem dva napojna voda (*stepen čvora*  $\geq 2$ ). U slučaju gubitka i preostalog poveznog, radijalnog voda do čvora sa zadatim injektiranjem (vod 1-3 na slici V.11), običan AC proračun tokova snaga koji ne radi sa inverzijom matrice već sa trougaonom faktorizacijom matrice (jakobijana) [78] ne bi konvergirao, pokušavajući da kroz iteracije "istera" zadati bilans snage u čvoru (koji balansira to injektiranje). U DC proračunu, determinanta matrice **B** bila bi jednaka nuli (matrica **B** bi bila singularna).



Slika V.11

Mreža od 80 čvorova i 125 grana (slika V.12) je već na prvi pogled, *dobro planirana sa stanovišta statičke sigurnosti*. Po kriterijumu (n-1)-sigurnosti koji se ispituje AC proračunom, pokazuje se da je to mreža sigurna *za zadati režim* (obično, režim maksimalnog opterećenja sistema) [85].



Slika V.12

Ovo je glavna mreža za testiranje metoda za korektivno prekidanje. *Korektivno prekidanje* je upravljanje tokovima snage putem elementarnih (za jednu komponentu) promena konfiguracije (isključenje ili uključenje) u mreži sistema [49-61]. Korektivnim prekidanjem može da se obezbedi sigurnost (rasterećenje), naponska stabilnost, ekonomska preraspodela opterećenja, smanjenje gubitaka i to bez velikih dodatnih investicija, ako je mreža dobro planirana.

**Problem V.9** Šta je to *metoda sukcesivnog širenja mreže*?

**Rešenje:**

Kao što je rečeno u okviru problema V.2 *analiza osetljivosti* je deo heurističkog algoritma za razvoj mreže, postupak koji se zasniva na tome da se pronade koja je to grana koju treba dodati postojećoj konfiguraciji mreže sistema, da bi se dobio najbolji efekat rasterećenja neke komponente. *Najbolji efekat rasterećenja ima ono dodavanje grane koje rasterećuje pomenutu komponentu, a da pritom ne preopterećuje nijednu drugu, uz najniže troškove investicija.* Poznato je da se efekat rasterećenja dobija najčešće promenom konfiguracije mreže u *topološkoj, geografskoj odnosno "električnoj" blizini* preopterećene grane [49,51,86-89]. Rasterećenje

bez promene u raspodeli snaga potrošnje i izvora, može da se dobije uključivanjem, ali i isključivanjem *grane (elementa)* mreže, ako je mreža dobro projektovana. Razmotrićemo efekte *uključivanja grane*. Prikazani postupak odgovara generisanju potencijalnih rešenja “tačku po tačku” (tabelarni pristup). Novija tehnika koja omogućava *analizu osetljivosti* i bolju *vizualizaciju*, biće na istom primeru prikazana u Dodatku.

U upotrebi su različiti indikatori, takozvani *indeksi efikasnosti*, koji se rangiraju. Postoje dve metode zasnovane na analizi osetljivosti, prva je *metoda sukcesivnog širenja*, druga *metoda sukcesivnog sažimanja* mreže. Po prvoj, procenjuje se efikasnost dodavanja grane-kandidata, na osnovu izračunavanja rasterećenja preopterećene grane. Dodaje se *najefikasnija komponenta*, a mreža širi korak po korak. Po drugoj, dodaju se sve moguće komponente- kandidati i formira *fiktivna mreža* najvećeg obima, iz koje se redom eliminišu grane po kriteijumu *najmanje efikasnosti*.

*Indeks efikasnosti za metodu sukcesivnog širenja* je mera *rasterećenje/cena*:

$$E_{ij} = \Delta P_{rkm,ij} / C_{ij} \quad (\text{MW/NJ})$$

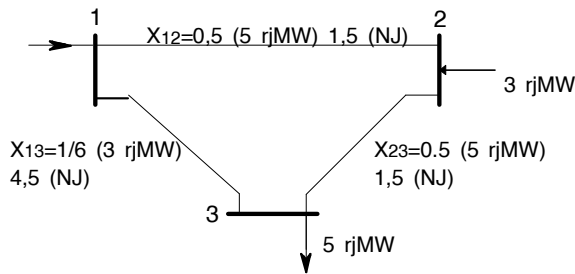
gde je  $E_{ij}$  indeks efikasnosti grane-kandidata  $ij$ ,  $\Delta P_{rkm,ij}$  rasterećenje grane  $rk$  usled širenja mreže granom  $ij$ ,  $C_{ij}$  je cena grane  $ij$ .

Dijagram toka proračuna po metodi sukcesivnog širenja.

1. Rešiti  $\mathbf{B}\Theta = \mathbf{P}$  po  $\Theta$ .
2. Naći tokove snaga po granama mreže.
3. Preopterećenje? Ako ga nema, stop.
4. Formirati listu od  $p$  grana sa preopterećenjem,  $L(p)$ .
5. Formirati listu od  $k$  grana-kandidata za pojačanje,  $L(k)$ .
6. Rešiti  $\mathbf{B}\Theta = \mathbf{P}$  po  $\Theta$  i naći  $E$  (MW/NJ) za svaku *uspešnu granu* sa  $L(k)$  liste.
7. Dodati granu sa maksimalnim indeksom efikasnosti  $E$ . Modifikovati  $\mathbf{B}$ .

“Uspešna grana” je ona čije dodavanje mrežu “vraća” u sigurno stanje, odnosno, za koje skup  $L(p)$  postaje prazan. Algoritam 1-7 se ponavlja za novu godinu razvoja mreže, odnosno, za novo opterećenje sistema. Umesto novih DC proračuna (tačka 6) može se koristiti i neka od *metoda kompenzacije* [77]. Metode kompenzacije, međutim, striktno su numeričke i takođe generišu rešenja “tačku po tačku”.

**Problem V.10** U jednoj godini razvoja mreže elektroenergetskog sistema, DC proračun pokazuje da je na jednom od vodova dostignuta granica termičkog opterećenja u normalnom režimu. Potrebno je da se sprovede **analiza osetljivosti** kod pojačavanja mreže. Mreža se pojačava uvođenjem još jednog dalekovoda paralelnog postojećem, istog tipa. Podaci za svaki od vodova (slika V.13) odnose se na reaktansu, granicu termičkog opterećenja (rjMW) i cenu dalekovoda (NJ), respektivno. Ako se uporedi **indeks efikasnosti** varijantnih rešenja, naći vod čijim se dodavanjem postiže najbolji efekat (rasterećenje/cena) u mreži, u datoj godini.



Slika V.13

**Rešenje:**

a) Bazno stanje mreže:

$$B_{22} = \frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5} = 4$$

$$B_{23} = B_{32} = -\frac{1}{0.5} = -2$$

$$B_{33} = \frac{1}{0.5} + 6 = 8$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

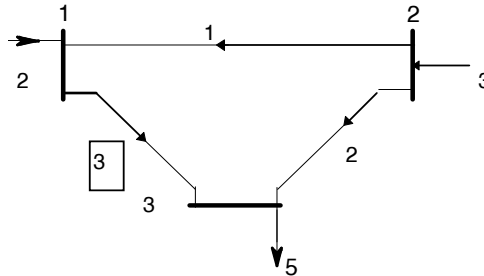
$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} = \frac{1}{28} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = \frac{0 - 0.5}{0.5} = -1 \text{ (rjMW)}$$

$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}} = \frac{0 - (-0.5)}{2} = 0.25 \text{ (rjMW)}$$

$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}} = \frac{0.5 - (-0.5)}{0.5} = 2 \text{ (rjMW)}$$

$$P_1 = P_{12} + P_{13} = -1 + 0.25 = -0.75 \text{ (rjMW)}$$



Slika V.14

U baznom stanju dosegnuta je *granica termičkog opterećenja* u normalnom režimu, i to na vodu 1-3 (slika V.14, svi tokovi i injektiranja su u rjMW).

*Rasterećenje voda 1-3* pokušavamo da izvedemo na heuristički način, *sukcesivnim dodavanjem paralelnih vodova* svuda u mreži, po jednom, do iscrpljivanja mogućnosti.

Dodajmo prvo još jedan vod 1-2.

b) Dvostruki vod 1-2:

$$B_{22} = \frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5} = 6$$



$$B_{23} = B_{32} = -\frac{1}{0.5} = -2$$

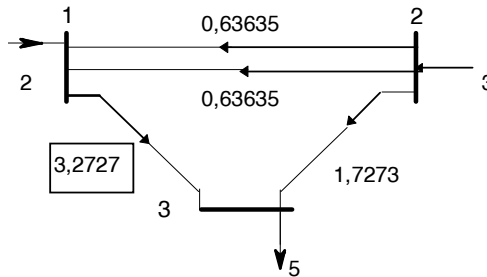
$$B_{33} = \frac{1}{0.5} + 6 = 8$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} = \frac{1}{44} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3182 \\ -0.5454 \end{bmatrix}$$

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = -\frac{0 - 0.3182}{0.25} = -1.2727 \text{ (rjMW)}$$

$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}} = 6(0 + 0.5454) = 3.2727 \text{ (rjMW)}$$



Slika V.15

$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}} = \frac{0.3182 + 0.5454}{0.5} = 1.7273 \text{ (rjMW)}$$

$$P_1 = P_{12} + P_{13} = -1.2727 + 3.2727 = 2 \text{ (rjMW)}$$

Dodavanje voda 1-2 nije dovelo do smanjenja opterećenja ispod granice termičkog opterećenja u normalnom režimu, na vodu 1-3 (sika V.15).

c) Dvostruki vod 2-3:

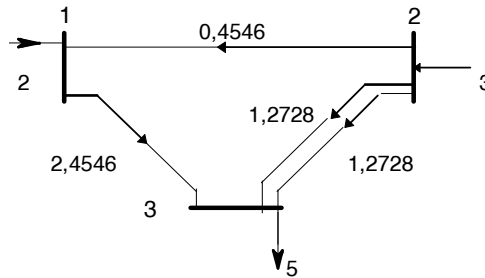
$$B_{22} = \frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5} = 6$$

$$B_{23} = B_{32} = -\left(\frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5}\right) = -4$$

$$B_{33} = \frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5} + 6 = 10$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 10 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} = \frac{1}{44} \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2273 \\ -0.4091 \end{bmatrix}$$



Slika V.16

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = \frac{0 - 0.2273}{0.5} = -0.4546 \text{ (rjMW)}$$

$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}} = 6(0 + 0.4091) = 2.4546 \text{ (rjMW)}$$

$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}} = \frac{0.2273 + 0.4091}{0.25} = 2.5456 \text{ (rjMW)}$$

$$P_1 = P_{12} + P_{13} = -0.4546 + 2.4546 = 2 \text{ (rjMW)}$$

Dodavanje voda 2-3 rasterećuje vod 1-3 (a da pritom ne opterećuje nijedan drugi vod) za  $\Delta P_{r13,23} = 3 - 2.4546 = 0.5454$  puMW (slika V.16).

d) Dvostruki vod 1-3:

$$B_{22} = \frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5} = 4$$

$$B_{23} = B_{32} = -\frac{1}{0.5} = -2$$

$$B_{33} = \frac{1}{0.5} + 6 + 6 = 14$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

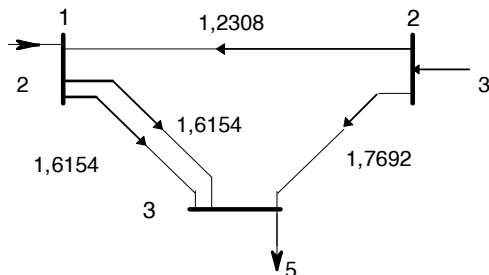
$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 14 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} = \frac{1}{52} \begin{bmatrix} 14 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6154 \\ -0.2692 \end{bmatrix}$$

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = -\frac{0 - 0.6154}{0.5} = -1.2308 \text{ (rjMW)}$$

$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}} = 12(0 + 0.2692) = 3.2308 \text{ (rjMW)}$$

$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}} = \frac{0.6154 + 0.2692}{0.5} = 1.7692 \text{ (rjMW)}$$

$$P_1 = P_{12} + P_{13} = -1.2308 + 3.2308 = 2 \text{ (rjMW)}$$



Slika V.17

Dodavanje voda 1-3 rasterećuje vod 1-3 (a da pritom ne opterećuje nijedan drugi vod) za  $\Delta P_{r13,13}=3 \cdot 1.6154=1.3846$  puMW (slika V.17). Veći iznos apsolutnog rasterećenja (u rjMW) u slučaju d) u odnosu na slučaj c) ne znači da rešenje d) treba konačno i usvojiti.

Konačno, treba izračunati i uporediti indekse efikasnosti.

*Indeks efikasnosti* je količnik apsolutnog rasterećenja i cene investicija za novi vod. *Bolja je ona varijanta koja ima veći indeks efikasnosti.*

$$E_{23} = \Delta P_{r13,23} / C_{23} = 0,5454 / 1,5 = 0,364 \text{ rjMW} / \text{NJ}$$

$$E_{13} = \Delta P_{r13,13} / C_{13} = 1,3846 / 4,5 = 0,308 \text{ rjMW} / \text{NJ}$$

Pošto je  $E_{23} > E_{13}$ , efikasnija je varijanta c), dodajemo još jedan vod između čvorova 2 i 3. Rekapitulacija postupka data je u tabeli V.1. Podvučena su prekoračenja granica.

Tabela V.1

	<i>limit</i>	<i>bazno</i>	<i>12  12</i>	<i>13  13</i>	$E_{13}$	<i>23  23</i>	$E_{23}$
	<i>rjMW</i>	<i>rjMW</i>	<i>rjMW</i>	<i>rjMW</i>	<i>rjMW/NJ</i>	<i>rjMW</i>	<i>rjMW/NJ</i>
$P_{12}$	5	-1	-0,636	-1,231		-0,455	
$P_{13}$	3	<u>3</u>	<u>3,273</u>	1,615	0,308	2,455	0,364
$P_{23}$	5	2	1,727	1,77		1,273	

Takozvani klasičan pristup počiva na generisanju potencijalnih rešenja “tačku po tačku” (kruti tabelarni pristup) [77]. Ovde je taj pristup prikazan u tabeli V.1.

Slično, *faktori distribucije*, koji elementarnu promenu stanja sistema uvode superpozicijom [46,77], takođe imaju kruti tabelarni pristup. Mana ovog pristupa je što treba *pripremiti tabele* za sve promene koje su u konfiguraciji mreže uopšte moguće. I pored toga što je izračunavanje tih tabela relativno brzo, pošto postoji veliki broj mogućih kombinacija uklopnog stanja mreže, postupak je ograničen na *jednu moguću baznu konfiguraciju* i tabele faktora za (n-1)-ili (n+1)-konfiguraciju, koja nastaje iz tog, pretpostavljenog, baznog stanja.

Bilo kakva *promena baznog stanja*, traži i nove tabele za (n-1)-konfiguraciju, pošto svaka proizilazi iz *svog* baznog stanja.

Jedan sasvim drugačiji, novi pristup, predlaže *simbolička analiza* [79,80]. Na ovom istom problemu biće u Dodatku prikazana *analiza osetljivosti* indeksa efikasnosti na promenu cene, kao i na preraspodelu snage generatora.

***Problem V.11*** Nabrojati koje su to *akcije koje mogu da se preduzmu u cilju rasterećenja preopterećene grane*.

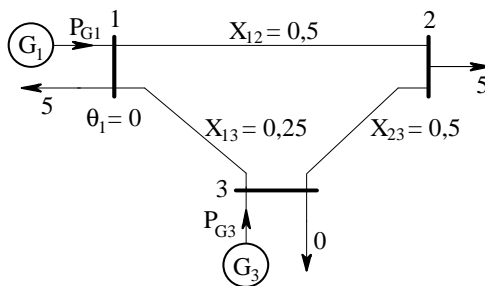
***Rešenje:***

Pretpostavimo da *analiza događaja (contingency analysis)* koja se sprovodi u fazi planiranja statičke sigurnosti mreže po (n-1)-kriterijumu, otkrije da jedan ispad prouzrokuje ozbiljno preopterećenje u ostatku mreže. Postavlja se pitanje da li će sistem u toj fazi razvoja biti u mogućnosti da sredstvima koja mu budu stajala na raspolaganju eliminiše ovu opasnost koja može da dovede i do totalnog raspada elektroenergetskog sistema? Rudimentarno, ova *etapa planiranja razvoja mreže* virtualizuje ponašanje budućeg *operatera sistema* neke buduće mreže. Postavlja se pitanje *šta* operater može da uradi? Na raspolaganju mu stoje sledeća *sredstva za upravljačku akciju* u okviru sadašnjeg sistema:

- *preraspodela snage generatora* i redistribucija tokova snaga u granama
- *podešavanje razmene* sa susednim sistemima
- *korektivno prekidanje* u mreži sistema
- *redukcija opterećenja* na odabranim lokacijama.

Pored ovih sredstava, u budućnosti su na raspolaganju i transformatori za promenu ugla (phase-shifters), kao i razvijena tehnologija FACTS (Flexible AC Transmission System) [90]. Studija razvoja takođe može da se bavi i problemima napona mreže (van našeg razmatranja) [91]. Akcije u cilju otklanjanja naponskih problema su: podešavanje pobude generatora da bi se regulisao napon u generatorskim čvorovima, podešavanje odvojaka regulacionih transformatora, korektivno prekidanje sa učešćem kondenzatora i reaktora, uopšte *korektivno prekidanje* u mreži sistema [46]. Kao što smo i na malom primeru mogli da vidimo (problem V.10), korigovanje jednog preopterećenja može da izazove preopterećenje u nekoj drugoj grani mreže. Stvari se još više komplikuju ako ima nekoliko preopterećenih komponenata. Nalaženje raspodele generisanja koje će rasteretiti uočena preopterećenja, a da pritom nijedno drugo radno ograničenje ne bude narušeno, moguće je samo na sistematski način, primenom *metode linearnog programiranja*, na primer [46]. Sledeći primer poslužiće kao ilustracija za primenu heurističkog postupka rasterećenja koji se bazira na *preraspodeli snage generatora*.

**Problem V.12** Analizom baznog stanja mreže na slici V.18 DC metodom proveriti da li postoje povrede ograničenja sigurnosti. Balansni čvor je čvor broj 1. Ograničenja sigurnosti data su arbitrarno kao propusne moći vodova i to, za 1-2 vod 2,5 rjMW, za 1-3 vod 3,5 rjMW, za 2-3 vod 4 rjMW. Ako se upotrebi *heuristički postupak rasterećenja baziran na preraspodeli generisanja u mreži sistema*, obezbediti siguran pogon sistema. Podaci o reaktansama su u relativnim jedinicama (rj),  $P_{G3}=7$  rjMW.



Slika V.18

**Rešenje:**

Tellegen-ova teorema za mrežu bez gubitaka na slici V.18 daje

$$(P_{G1} - 5) + (0 - 5) + (P_{G3} - 0) = 0$$

$$P_{G1} + P_{G3} = 10$$

Formirajmo redukovanu, **B** matricu mreže

$$B_{22} = \frac{1}{0,5} + \frac{1}{0,5} = 4$$

$$B_{23} = B_{32} = -\frac{1}{0,5} = -2$$

$$B_{33} = \frac{1}{0,5} + \frac{1}{0,25} = 6$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -5 \\ P_{G3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{20} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 \\ P_{G3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,5 + 0,1P_{G3} \\ -0,5 + 0,2P_{G3} \end{bmatrix}$$

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = \frac{0 + 1,5 - 0,1P_{G3}}{0,5} = 3 - 0,2P_{G3}$$

$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}} = \frac{0 + 0,5 - 0,2P_{G3}}{0,25} = 2 - 0,8P_{G3}$$

$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}} = \frac{-1 - 0,1P_{G3}}{0,5} = -2 - 0,2P_{G3}$$

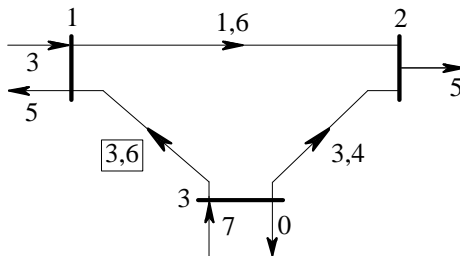
Za  $P_{G3}=7$  rjMW,  $P_{12} = 1,6$  rjMW i pošto je  $P_{12} < 2,5$  rjMW nema povrede ograničenja na vodu 1-2. Na vodu 1-3 dolazi do povrede ograničenja, za  $P_{G3}=7$  rjMW,  $P_{31} = 3,6$  rjMW i pošto je  $P_{31} > 3,5$  rjMW registrovana je

povreda ograničenja. Za  $P_{G3}=7$  rjMW,  $P_{32} = 3,4$  rjMW i pošto je  $P_{32} < 3,5$  rjMW nema povrede ograničenja na vodu 2-3 (slika V.19).

Napomena:  $\text{abs}(P_{km}) \leq \bar{P}$  može da se napiše i kao  $-\bar{P} \leq P_{km} \leq \bar{P}$  gde je  $\bar{P}$  granična vrednost toka po vodu. Neto injektiranje u balansnom čvoru iznosi

$$P_1 = P_{G1} - 5 = P_{12} + P_{13} = 1,6 - 3,6 = -2,0 \text{ rjMW}$$

$$P_{G1} = 10 - P_{G3} = 3 \text{ rjMW}$$



Slika V.19

Analitički (simbolički) izrazi u kojima su tokovi snaga linearne kombinacije injektiranja (generisanja, potrošnje) i reaktansi mreže pogodni su za sistematski pristup preko linearnog programiranja, ali i za analizu osetljivosti. U ovom, pogodno izabranom primeru, svi tokovi snage na vodovima zavise od samo jednog generatora, pa se lako uočava u kom smeru treba da se menja generisanje da bi se ispunio kriterijum (smanjenje preopterećenja a da se ne preoptereći nijedan drugi vod).

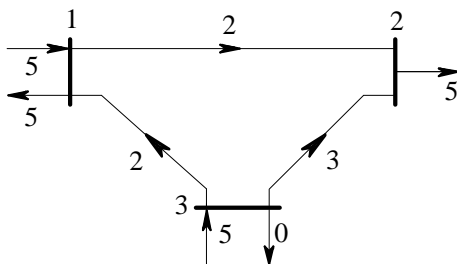
U višedimenzionalnom problemu, uobičajeno je da se sačini *lista generatora* koji *porastom* snage *uvećavaju* i lista generatora koji *porastom umanjuju* neto tok snage na vodu koji se posmatra, što zavisi od predznaka sa kojim se pojavljuju u sumi.

Analizom tri prenosne funkcije vodova  $P_{12}, P_{13}, P_{23}$ , lako se dolazi do zaključka da bi povećavanje generisanja u čvoru 3 samo povećalo preopterećenje na vodu 1-3, ugrozivši i vodove 1-2 i 2-3. Zato, treba smanjivati generisanje u čvoru 3.



Uzmimo, na primer,  $P_{G3}=5$  rjMW. Dobijamo raspodelu u kojoj nema preopterećenja (slika V.20).

Rešenje problema bi obavezno uključivalo vizuelizaciju, odnosno, crtanje monofazne mreže i ucrtavanje svih injektiranja u mrežu i iz mreže, kao i tokova snaga po vodovima mreže (slika V.20).



Slika V.20

**Problem V.13** Prenosu električne snage i energije kroz mreže svojstveni su gubici snage i energije. Potrebno je objasniti pojmove kao što su **klasifikacija gubitaka u mrežama elektroenergetskog sistema i posledice postojanja gubitaka.**

**Rešenje:**

Prema tome da li zavise od opterećenja elementa mreže ili ne zavise, gubici se dele na [17]:

1. zavisne od opterećenja
2. nezavisne od opterećenja

Od posebnog značaja su *gubici aktivne snage i energije*, koji su povezani direktno sa utroškom radnog fluida (goriva). *Zavisni od opterećenja* su gubici u bakru mašina, namotajima transformatora i prigušnica za kompenzaciju reaktivnih snaga, u aktivnim otpornostima provodnika vodova. Za posmatrani element, ovi gubici su *promenljivi* u vremenu. *Nezavisni od opterećenja* (ali zavisni od toga da li je element pod naponom, kao i od toga koliki je nazivni napon) su gubici u magnetnom kolu ("u gvožđu") mašina, transformatora i prigušnica, dielektrični gubici, kao i gubici usled korone kod nadzemnih vodova, čiji je nazivni napon 220 kV ili viši. Za posmatrani element, ovi gubici su *konstantni* u vremenu.

Najveći su gubici na zagrevanje provodnika vodova i namotaja transformatora, zajedno sa gubicima u gvožđu transformatora.

*Posledice* proizvodnje snage i energije koje se troše na *gubitke* su sledeće:

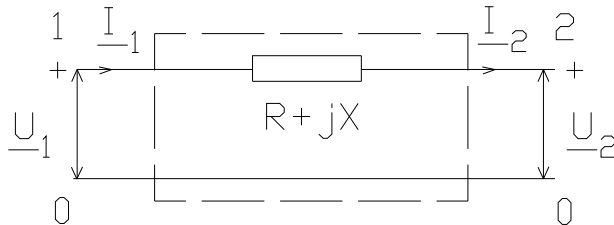
1. potrošnja radnog fluida, uz odgovarajuće troškove
2. smanjenje kapaciteta za proizvodnju i prenos
3. povećanje opterećenja elemenata mreže uz prateće negativne posledice (sigurnost, naponska stabilnost, ekološke posledice)
4. povećanje cene neto preuzete snage i energije, kod potrošača.

Poznavanje kako *ukupnih gubitaka* tako i *strukture gubitaka* u sistemu važno je za procenu tehničko-ekonomskih pokazatelja električnih mreža, kao i za ocenu efikasnosti funkcionisanja elektroenergetskog sistema. Iznos gubitaka električne energije je značajan pokazatelj tehničkog stanja pojedinih elemenata sistema, kao i kvaliteta njegove eksploatacije. Cilj dugoročnog planiranja je smanjenje gubitaka u okviru koncepta razvoja mreže. U proračunu gubitaka električne energije neizbežne su *greške*. One mogu da

budu *informacione* i *metodološke*. Čak ni u uslovima eksploatacije električnih mreža gubici energije ne mogu tačno da se izračunaju, što zbog nedostatka potrebnih podataka za proračun (informacione greške), što zbog nesavršenosti metoda (metodološke greške). Metodologija približnog izračunavanja gubitaka aktivne snage i energije dobro je poznata u literaturi [17,92-96]. Ovde ćemo se zadržati samo na elementarnim napomenama u vezi sa dvema metodama. To su:

- $\tau$ -metoda
- Holmgren-Rung metoda.

**Problem V.14** Izvesti *određivanje parametara režima na jednom kraju impedanse pomoću parametara režima na drugom kraju*. Potrebno nam je da znamo kako se izračunavaju *gubici, ili snaga koju prima redna impedansa u funkciji snage koju odaje mreža sa dva para krajeva* (slika V.21).



Slika V.21

**Rešenje:**

Na slici V.21 dat je jedan veoma uprošćeni *prenosni element*. U konačnoj apstrakciji to je vod, ili kao što smo videli u vezi sa problemom V.6, čak i transformator. Za *usaglašene smerove napona i struje* (kao na pristupu 0-1) snaga koja se izračunava je (po konvenciji, [6]) *snaga koju kolo prima*

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = P_1 + jQ_1$$

Za neusaglašene smerove napona i struje (na pristupu 0-2) snaga koja se izračunava je (po konvenciji) *snaga koju kolo predaje*. Neposredno iza

pristupa 0-2 smerovi su opet usaglašeni, snaga koja se izračunava je snaga koju potrošač prima. Uzmimo da je ova snaga poznata merenjem.

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_2 \underline{I}_2^* = P_2 + jQ_2$$

*a-sistem jednačina* pogodan je za izražavanje prenosne funkcije elementa. On glasi ovako:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

Uslovi opterećenja krajeva 0-2: poznati napon  $\underline{U}_2$ , struja izražena preko poznate snage i konjugovanog napona

$$\underline{I}_2 = \underline{I} = \frac{P_2 - jQ_2}{\underline{U}_2^*}$$

Za  $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}$  sledi  $a_{21} = 0$ ,  $a_{22} = 1$ . Mreža je simetrična,  $a_{11} = a_{22} = 1$ . Očigledno (slika V.21),  $\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + (R + jX)\underline{I}$ . Potrebna nam je samo ova, prva jednačina a-sistema:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + (R + jX) \frac{P_2 - jQ_2}{\underline{U}_2^*}$$

odakle

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \frac{P_2 R + Q_2 X}{\underline{U}_2^*} + j \frac{P_2 X - Q_2 R}{\underline{U}_2^*}$$

*Kompleksna snaga gubitaka*

$$\Delta \underline{S} = \Delta P + j\Delta Q = (\underline{U}_1 - \underline{U}_2) \underline{I}^*$$

s obzirom da su smer napona  $(\underline{U}_1 - \underline{U}_2)$  i struje kroz element  $R + jX$  usaglašeni (slika V.21),  $\Delta \underline{S}$  predstavlja *kompleksnu snagu koju impedansa prima*. Bilans snaga u prenosu od pristupa 0-1 do 0-2 iznosi

$$\underline{S}_1 = \underline{\Delta S} + \underline{S}_2$$

Snaga  $\underline{\Delta S}$  koju impedansa prima troši se na efekte gubitaka. Posle množenja, dobija se

$$\Delta P = R \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2}, \quad \Delta Q = X \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2}$$

**Problem V.15** Kako se dobijaju *gubici snage i energije po elementu trofaznog, uravnoteženog sistema u ustaljenom stanju*. Obrazložiti *vreme trajanja maksimalne snage  $T_M$* . Prikazati *izvođenje metode vremena trajanja maksimalnih gubitaka  $\tau_M$  ( $\tau$ -metoda)*.

**Rešenje:**

Do sada je posmatran slučaj *jedne faze*. Naglasimo to ovako:

$$\Delta P_f = R \frac{P_{f2}^2 + Q_{f2}^2}{U_2^2}$$

Gubici snage za trofazni sistem se dobijaju tako što se gornji iznos pomnoži sa tri. Posmatrajmo, na primer, samo gubitke aktivne snage.

$$\Delta P = 3\Delta P_f = 3R \frac{P_{f2}^2 + Q_{f2}^2}{U_2^2} = 3R \frac{P_{f2}^2 + Q_{f2}^2}{(V_2/\sqrt{3})^2}$$

$$\Delta P = R \frac{(3P_{f2})^2 + (3Q_{f2})^2}{(V_2)^2} = R \frac{(P_2)^2 + (Q_2)^2}{(V_2)^2}$$

Do poslednjeg izraza može da se dođe iz prvog i formalnom zamenom simbola, tako što se uzme da je napon linijski (međufazni) a snaga trofazna [6]. R je otpornost *po fazi*, a X reaktansa *po fazi* trofaznog elementa. Smatra se da se neće mnogo pogrešiti ako se uzme da je napon "kod potrošača" (na pristupu 0-2) po modulu jednak nominalnom naponu

posmatranog naponskog nivoa za prenos. Uzmimo supskript "p" kao oznaku potrošačkog, ili prijemnog kraja. Tada dobijamo [97,98] da su trofazni gubici aktivne, odnosno reaktivne snage

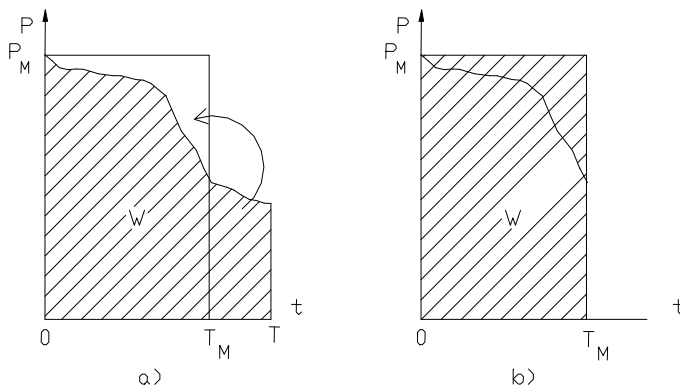
$$\Delta P = R \frac{P_p^2 + Q_p^2}{V_p^2} = R \frac{S_p^2}{V_n^2}, \quad \Delta Q = X \frac{P_p^2 + Q_p^2}{V_p^2} = X \frac{S_p^2}{V_n^2}$$

Nadalje, posmatraćemo samo  $\Delta P$ , gubitke aktivne snage. Kada bi bilo poznato merenje  $\Delta P = \Delta P(t)$ , lako bismo pronašli gubitke aktivne energije za period T, po elementu mreže, kao

$$\Delta W = \int_0^T \Delta P(t) dt$$

Odnosno, za celu mrežu, kao sumu gubitaka energije za sve elemente:

$$\Delta W_{\Sigma} = \sum \Delta W$$



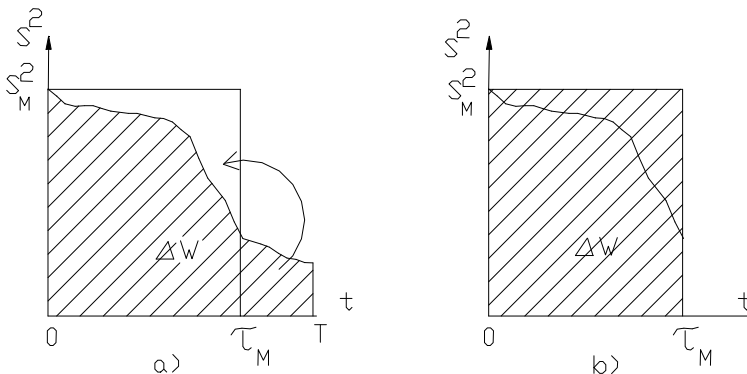
Slika V.22

*Vreme trajanja maksimalne snage*  $T_M$  je ono vreme za koje bi se (fiktivno) određena količina energije oslobodila (utrošila) u forsiranom radu sa maksimalnom snagom  $P_M$ . Za ilustraciju ove definicije neka posluži dijagram trajanja opterećenja potrošača koji se nalazi na prijemnom kraju napojnog voda, slika V.22. Posmatramo period T u kojem je registrovana utrošena aktivna energija W.

$$T_M = \frac{W}{P_M} = \frac{\int_0^T P(t) dt}{P_M}$$

Ako se poznaje (ili prognozom dobije) iznos  $W$ , iz merenja (ili prognoze)  $P_M$  određujemo  $T_M$ , vreme trajanja maksimalne snage. Vratimo se gubicima aktivne snage. U sledećem izrazu,  $K=\text{const}$ .

$$\Delta P = R \frac{P_p^2 + Q_p^2}{V_p^2} = \frac{R}{V_n^2} S_p^2 = K S_p^2$$



Slika V.23

Gornji izraz dobijen je iz fazorskog domena (ustaljeno, prostoperiodično stanje) u kojem je, kao što je poznato, "isključeno obrtanje  $e^{j\omega t}$ ", pa je prema tome i *vremenska koordinata* isključena [6]. Međutim, potrošnja se ipak menja u vremenu. Registrovanjem kvadrata prividne snage (modula struje) kod potrošača, dobio bi se dijagram kao na slici V.23. Ovaj dijagram je *sličan* dijagramu trajanja opterećenja (slika V.22). Površina ispod krive  $S^2 = S^2(t)$  *srazmerna je* gubicima aktivne energije [92].

*Vreme trajanja maksimalnih gubitaka*  $\tau_M$  definiše se po analogiji sa vremenom trajanja maksimalne snage  $T_M$  kao ono vreme za koje bi se (fiktivno) određena količina energije oslobodila (utrošila, izgubila na toplotu)

u forsiranom radu sa maksimalnom snagom  $P_M$  (slika V.23). Pritom, gubici aktivne snage iznose  $\Delta P_M$ .

$$\tau_M = \frac{\Delta W}{\Delta P_M} = \frac{\int_0^T \Delta P(t) dt}{KS_M^2} = \frac{\int_0^T KS(t)^2 dt}{KS_M^2} = \frac{\int_0^T S(t)^2 dt}{S_M^2}$$

Registrowanje veličina kao što su  $P_M$  (“petnaestominutna maksimalna aktivna snaga”) i energije  $W$  (koja se, u krajnjem, dobija kao suma pokazivanja svih brojlara distributivnih potrošača, na primer), nije nikada bilo problem. Znači, ni dobijanje  $T_M$  nije problem. Uzimajući da ciklus traje godinu dana, odnosno  $T=8760h$ , za  $\tau_M$  su u literaturi poznate različite empirijske formule:

$$\tau_M = 0,17T_M + 0,83 \frac{T_M^2}{8760} \quad (h)$$

$$\tau_M = (0,124T_M + \frac{T_M}{10000})^2 8760 \quad (h)$$

$$\tau_M = 0,25(T_M + \frac{T_M^2}{2920}) \quad (h)$$

U domaćoj praksi [92] je najviše bila u upotrebi prva formula. Pošto se zna ili odredi  $W$ ,  $P_M$  i  $T_M$ , kao i  $\Delta P_M$ , izračuna se iz formule  $\tau_M$  i nađe gubitak aktivne energije  $\Delta W$ .

$$\Delta W = \Delta P_M \tau_M$$

Navedene formule dale bi *samo slične rezultate* za  $\Delta W$ . Postoje i formule koje kombinuju deterministički i stohastički pristup.

**Problem V.16** Šta znače *nominalni gubici u bakru transformatora* i *nominalni gubici u gvožđu transformatora*?



**Rešenje:**

Podaci koji mogu da se pročitaju sa nazivne pločice za transformator su nominalni gubici u bakru transformatora i nominalni gubici u gvožđu transformatora. Za poznatu prividnu snagu  $S$  koju predaje transformator, gubici  $\Delta P$  su nepoznati, ali mogu da se vežu za prividnu snagu, na sledeći način:

$$\Delta P = KS^2$$

Iz poznatog odnosa nazivnih veličina

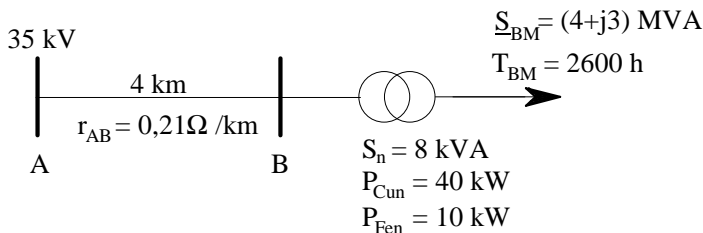
$$\Delta P_{Cun} = KS_n^2$$

nalaze se gubici aktivne snage

$$\Delta P = \Delta P_{Cun} (S/S_n)^2$$

Obično se smatra da se transformator ne isključuje sa mreže tako da gubici snage u gvožđu transformatora traju tokom celog ciklusa eksploatacije, na primer, godinu dana.

**Problem V.17** Koliko iznose **gubici snage i energije u radijalnoj distributivnoj mreži** nominalnog napona 35 kV, datoj na slici V.24. Svi podaci potrebni za proračun nalaze se na slici V.24. Primeniti **metodu vremena trajanja maksimalnih gubitaka  $\tau_M$**



Slika V.24

**Rešenje:**

$$\underline{S}_{AB} = \underline{S}_{BM} = (4 + j3) \text{ MVA};$$

$$S_{AB} = 5 \text{ MVA}$$

$$R_{AB} = r_{AB} I_{AB} = 0,21 \cdot 4 = 0,84 \ \Omega$$

Gubici aktivne snage voda:

$$\Delta P_{AB} = R_{AB} \frac{P_{AB}^2 + Q_{AB}^2}{V_n^2} = 0,84 \frac{25000}{35^2} = 17,143 \text{ kW}$$

$$\begin{aligned} \tau_{AB} = \tau_{BM} &= 0,17 T_M + 0,83 \frac{T_M^2}{8760} = \\ &= 0,17 \cdot 2600 + 0,83 \cdot \frac{2600^2}{8760} = 442 + 640,5 = 1082,5 \text{ h} . \end{aligned}$$

Gubici aktivne energije voda:

$$\Delta W_{AB} = \Delta P_{AB} \tau_{AB} = 17,143 \cdot 1082,5 = 18557,3 \text{ kWh}$$

Gubici aktivne snage u bakru transformatora:

$$\Delta P_{CuBM} = P_{Cun} \left( \frac{S_{BM}}{S_n} \right)^2 = 40 \cdot \left( \frac{5}{8} \right)^2 = 15,625 \text{ kW}$$

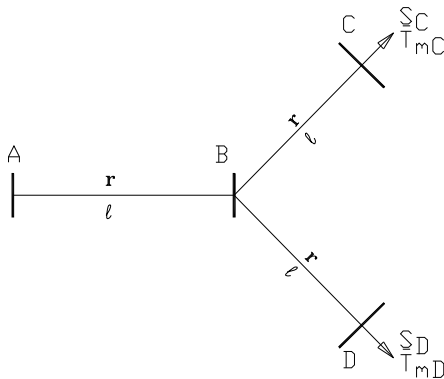
Gubici aktivne energije transformatora:

$$\begin{aligned} \Delta W_{BM} &= \Delta P_{CuBM} \tau_{BM} + \Delta P_{Fen} \cdot 8760 = \\ &= 15,625 \cdot 1082,5 + 10 \cdot 8760 = \\ &= 16914,06 + 87600 = 104514,06 \text{ kWh} \end{aligned} ;$$

Ukupni gubici:

$$\Delta W = \Delta W_{AB} + \Delta W_{BM} = 18557,3 + 104514,06 = 123071,36 \text{ kWh}$$

**Problem V.18** Na slici V.25 data je mreža sastavljena od tri voda nominalnog napona  $V_n=35$  kV. Traže se **gubici snage i energije u mreži** koje treba tabelarno izračunati pomoću **metode vremena trajanja maksimalnih gubitaka  $\tau_M$** . Podaci su dati u tabeli V.1.



Slika V.25

Tabela V.1

vod	$r(\Omega/\text{km})$	$l(\text{km})$	čvor (i)	$\underline{S}_i(\text{MVA})$	$T_{M_i}(h)$
AB	0.2	3	C	$2+j3$	2350
BC	0.3	4	D	$4+j5$	2500
BD	0.2	5			

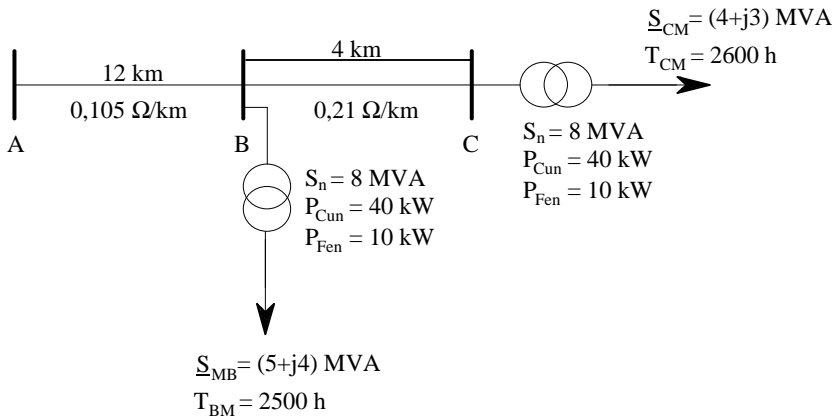
**Rešenje:**

Tabela V.2

Veličina	Između čvorova	Formula za izračunavanje	Brojna vrednost
R ( $\Omega$ )	AB	$r \cdot l$	0,6
R ( $\Omega$ )	BC	$r \cdot l$	1,2
R ( $\Omega$ )	BD	$r \cdot l$	1
$\underline{S}$ (MVA)	AB	$\underline{S}_{AB} = \underline{S}_C + \underline{S}_D$	$6+j8$
S (MVA)	AB	$\sqrt{P^2 + Q^2}$	10
S (MVA)	BC	$\sqrt{P^2 + Q^2}$	3,605

S (MVA)	BD	$\sqrt{P^2 + Q^2}$	6,403
Veličina	Između čvorova	Formula za izračunavanje	Brojna vrednost
$T_M$ (h)	AB	$(P_{BC}T_{MC} + P_{BD}T_{MD})/P_{AB}$	2450
$\Delta P$ (kW)	AB	$R \cdot S^2 / V_n^2$	48,98
$\Delta P$ (kW)	BC	$R \cdot S^2 / V_n^2$	12,735
$\Delta P$ (kW)	BD	$R \cdot S^2 / V_n^2$	33,469
$\tau_M$ (h)	AB	$0,17 \cdot T_M + 0,83 \cdot T_M^2 / 8760$	985,23
$\tau_M$ (h)	BC	$0,17 \cdot T_M + 0,83 \cdot T_M^2 / 8760$	922,75
$\tau_M$ (h)	BD	$0,17 \cdot T_M + 0,83 \cdot T_M^2 / 8760$	1017,18
$\Delta W_V$ (MWh)	AB	$\Delta P \tau_M$	48,257
$\Delta W_V$ (MWh)	BC	$\Delta P \tau_M$	11,751
$\Delta W_V$ (MWh)	BD	$\Delta P \tau_M$	34,044
$\Delta W_V$ (MWh)	AB+BC+BD	$\Sigma \Delta P \tau_M$	94,052

**Problem V.19** Naći *gubitke snage i energije* u mreži nominalnog napona 35 kV, na slici V.26, primenom *metode vremena trajanja maksimalnih gubitaka*  $\tau_M$ .



**Rešenje:**

Planiranje razvoja mreže elektroenergetskog sistema obavezno obuhvata i studije gubitaka u mreži. Ili, doslovno: "...Velika većina važnijih srednjeročnih i dugoročnih optimizacija, posebno onih koje se odnose na principijelna usmerenja, moraju pored investicionih troškova uzeti u obzir i troškove za energetske gubitke" [92].

Problem razvoja mreže koji uključuje i problem gubitaka, kao što je bio i problem razvoja izvora, predstavlja jedan multidisciplinarni, tehničko-ekonomski problem. Problem gubitaka je toliko star, da se gotovo i ne može sresti u novijoj literaturi iz oblasti planiranja elektroenergetskih sistema.

I u ovde kao i u prethodnom problemu treba obratiti pažnju na određivanje vremena trajanja maksimalne snage za vod iz kojeg se dalje računaju dva odvoda. Trebalo bi primetiti da je jednačina za to u stvari običan bilans aktivne energije.

Tabela V.3

<i>Velicina</i>	<i>Između čvorova</i>	<i>Formula za izračunavanje</i>	<i>Brojna vrednost</i>
<i>Vodovi</i>			
R (Ω)	A B	r·l	1,26
R (Ω)	B C	r·l	0,84
$\underline{S}$ (MVA)	A B	$\underline{S}_{AB} = \underline{S}_{BM} + \underline{S}_{CM}$	9 + j7
S (MVA)	A B	$\sqrt{P^2 + Q^2}$	11,40
S (MVA)	B C	$\sqrt{P^2 + Q^2}$	5,00
T (h)	A B	$(P_{BM}T_{BM} + P_{BC}T_{BC})/P_{AB}$	2544,44
ΔP (kW)	A B	$R \cdot S^2 / V_n^2$	133,71
ΔP (kW)	B C	$0,5 \cdot R \cdot S^2 / V_n^2$	8,57
$\tau_M$ (h)	A B	$0,17 \cdot T + 0,83 \cdot T^2 / 8760$	1046,00
$\tau_M$ (h)	B C	$0,17 \cdot T + 0,83 \cdot T^2 / 8760$	1082,50
ΔW <sub>V</sub> (MWh)	AB + BC	$\Sigma \Delta P \tau_M$	149,14

Tabela V.4

<i>Transformatori</i>			
S (MVA)	C	M	$\sqrt{P^2 + Q^2}$ 5,00
S (MVA)	B	M	$\sqrt{P^2 + Q^2}$ 6,40
$\Delta P_{Cu}$ (kW)	B	M	$P_{Cun}(S/S_n)^2$ 25,60
$\Delta P_{Cu}$ (kW)	C	M	$P_{Cun}(S/S_n)^2$ 15,625
$\tau_M$ (h)	B	M	$0,17 \cdot T + 0,83 \cdot T^2/8760$ 1017,18
$\tau_M$ (h)	C	M	$0,17 \cdot T + 0,83 \cdot T^2/8760$ 1082,50
$\Delta P_{Fe}$ (kW)	Za sve		- 20,00
$\Delta W_{Fe}$ (MWh)	Za sve		$\Sigma \Delta P_{Fe} 8760$ 175,20
$\Delta W_{Cu}$ (MWh)	Za sve		$\Sigma \Delta P_{Cu} \tau_M$ 42,95
$\Delta W_T$ (MWh)	Za sve		$\Delta W_{Fe} + \Delta W_{Cu}$ 218,15
<i>Cela mreža</i>			
$\Delta W$ (MWh)	Za sve		$\Delta W_V + \Delta W_T$ 367,29

**Problem V.20** Objasniti *izračunavanje gubitaka aktivne snage i aktivne energije po metodi Holmgreen-Rung*.

**Rešenje:**

U metodi vremena trajanja maksimalnih gubitaka  $\tau_M$ , ( $\tau$ -metodi), gubitak aktivne energije  $\Delta W$  izračunava se po formuli

$$\Delta W = \Delta P_M \tau_M$$

*Holmgreen-Rung* metoda gubitak aktivne energije  $\Delta W$  izračunava po formuli

$$\Delta W = \Delta P_M T \vartheta_\varphi$$

gde je  $\Delta P_M$  gubitak aktivne snage pri prenosu maksimalne snage  $P_M$ ,  $T$  period u kojem je registrovana utrošena aktivna energija  $W$  kod potrošača,

$\Delta W$  su gubici aktivne energije u vezi sa tom potrošnjom,  $\vartheta_\varphi$  (1) je prividni faktor gubitaka [17]. Očigledno, postoji odnos

$$\tau_M = T \cdot \vartheta_\varphi$$

Prividni faktor gubitaka izračunava se iz

$$\vartheta_\varphi = \vartheta_a \cdot \cos^2 \varphi_M + m_a \cdot \sin^2 \varphi_M$$

gde je  $\vartheta_a$  aktivni faktor gubitaka

$$\vartheta_a = \frac{m_a^2(2 + m_a^2)}{1 + 2m_a}$$

za čije izračunavanje je potreban aktivni faktor opterećenja

$$m_a = \frac{W}{P_M T}$$

Za izračunavanje prividnog faktora gubitaka potrebno je poznavanje faktora snage  $\cos \varphi_M$  pri maksimalnom opterećenju sistema  $P_M$  (u periodu  $T$ ). Metoda empirijsku izračunava faktor snage  $\cos \varphi_t$  u proizvoljnom trenutku  $t$ , iz  $\operatorname{tg} \varphi_M$  koji odgovara  $\cos \varphi_M$  i poznatog merenja snage  $P(t)$ , u trenutku  $t$ :

$$\cos \varphi_t = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{P_M}{P(t)} \operatorname{tg}^2 \varphi_M}}$$

Gubitak aktivne snage  $\Delta P_M$  redne komponente mreže sistema izračunava se iz poznatog izraza (problemi V.14-V.15):

$$\Delta P_M = R \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_M}{V_n^2} P_M^2$$

**Problem V.21** Potrošači jednog elektroenergetskog sistema podeljeni su na dve **kategorije potrošnje**, na (a) konstantnu potrošnju i (b) ostalu

potrošnju, s obzirom na različite vrednosti koje imaju **pokazatelji potrošnje**. Radi evidentiranja globalne potrošnje elektroenergetskog sistema, uvodi se i treća kategorija, (c) ili ukupna potrošnja. Tabela V.5 je ulazno/izlazni obrazac koji sadrži ulazne podatke po kategorijama a) i b) i koji treba proširiti kolonama za upisivanje potrebnih rezultata proračuna.

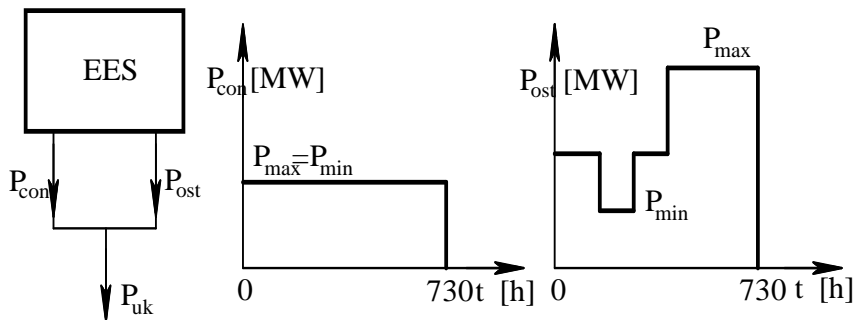
Tabela V.5

Kategorija potrošnje	$W$ (GWh)	$P_{max}$ (MW)	$m_0$ (1)
Konstantna potrošnja	30,0	41,1	1,00
Ostala potrošnja	79,2	176,0	0,38

U sistemu postoji potpuna vremenska koincidencija nastupanja režima maksimalne snage  $P_{max}$ , odnosno minimalne snage  $P_{min}$  potrošnje po kategorijama. Maksimalni gubici aktivne snage iznose 5% maksimalne snage  $P_{max}$ , po kategorijama potrošnje. Po metodi Holmgreen-Rung izračunati, po kategorijama (a), (b), kao i ukupno, (c): 1)  $m_a$ -mesečni faktor opterećenja potrošača; 2)  $P_{min}$ -minimalnu aktivnu snagu opterećenja potrošača; 3)  $m_0$ ; 4)  $\vartheta_\varphi$ -prividni faktor gubitaka, uz faktor snage  $\cos\varphi=0,9$ , koji je isti za sve kategorije potrošnje; 5)  $W_\gamma$ -gubitke aktivne energije.

### Rešenje:

Slika V.27 daje hipotetički elektroenergetski sistem sa dve kategorije potrošnje, kao i hipotetičke mesečne dijagrame opterećenja po kategorijama potrošnje (indeksne oznake: con-konstantna potrošnja, ost-ostala potrošnja, uk-ukupna potrošnja).





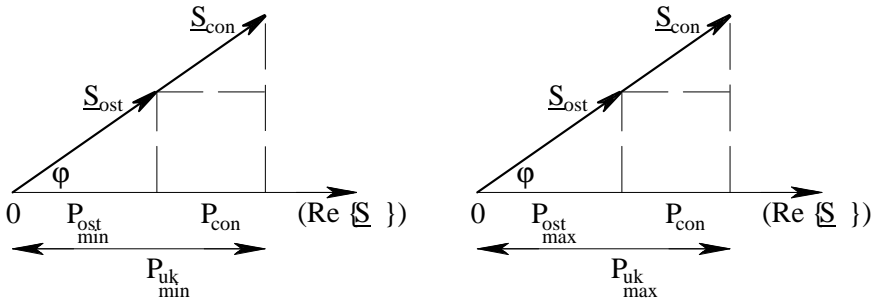
## Slika V.27

Holmgreen-Rung metoda kao i  $\tau$ -metoda služi za *približno izračunavanje* ili *aproksimaciju* gubitaka energije elektroenergetskog sistema. Obe metode uvažavaju činjenicu da dijagrami potrošnje nisu do detalja poznati. Kao ilustraciju uz ovaj problem imamo sliku V.27. Vremenska promena snage zaista nije poznata, mi ove dijagrame, ustvari, nemamo. To je najčešći slučaj. Međutim, poznati su određeni *pokazatelji potrošnje* ( $W$ ,  $\cos\varphi$ ,  $P_{\max}$  i posredno, preko  $m_0$ , poznato je i  $P_{\min}$ ). *Pokazatelji potrošnje* su potrebni i dovoljni za procenu gubitaka energije, po kategorijama i ukupno.

I Holmgreen-Rung metoda kao i  $\tau$ -metoda zasnivaju se na maksimalnoj snazi potrošača. Time još nije rečeno da neki element nije preopterećen čak i kod minimalnih, na primer, noćnih snaga potrošnje. Poseban problem za obe metode su vodovi u petljastim mrežama, gde snaga menja smer, a time i "prijemni kraj" nije uvek isti. Jedan od načina da se metode i u ovom slučaju upotrebe, bio bi da se nađu intervali vremena sa istim uslovima prenosa, za koje je onda metoda primenjiva. Rešenje proračuna tokova snaga daje samo "statički snimak" mreže u jednom trenutku, i ne pomaže u određivanju ovih perioda. Ako se na to doda i nepouzdanost prognoza potrošnje i izvora, problem je još složeniji. Zbog opšte nesigurnosti u prognozama, smatra se da su i ove, *aproksimativne metode* za određivanje gubitaka, dovoljno dobre [92]. *Procenom gubitaka* stiže se *uvid* u performanse određene varijante pogona sistema. Pokazatelji potrošnje zadati su u uslovima zadatka. Faktor snage je isti za obe kategorije potrošnje. Radi objašnjenja pojmova, pretpostavimo da je faktor snage induktivan, odnosno, da su i aktivna i reaktivna snaga koju preuzimaju dve različite kategorije potrošača pozitivne. Jednim hipotetičnim vektorskim dijagramom kompleksnih snaga potrošnje moglo bi da se predstavi jednovremeno nastupanje maksimalne, odnosno minimalne snage potrošnje, po kategorijama (slika V.28). Kompleksne snage po kategorijama potrošnje su kolinearne, što je ovde posebno zadato.

*Kategorija potrošnje* je skup potrošača definisanog trenutka događanja maksimuma potrošnje aktivne snage i definisanih pokazatelja potrošnje. Tako, na primer, industrija koja radi u smenama ima drugačije trenutke događanja maksimuma aktivne snage od kategorije domaćinstava. Osim toga i ostale karakteristike potrošnje industrije se bitno razlikuju od karakteristika potrošnje kategorije domaćinstava. Kada se posmatra jednovremena, ukupna potrošnja, od značaja je koincidencija onih režima potrošnje po kategorijama, koji su za celokupni elektroenergetski sistem

kritični sa stanovišta opterećenja ili gubitaka snage i energije, odnosno, koji pokazuju najveće opterećenje ili gubitke i snage i energije.



Slika V.28

Tabela V.6

Kategorija potrošnje	$W$ (GWh)	$P_{max}$ (MW)	$m_0$ (t)	$P_{min}$ (MW)	$m_a$ (t)	$\vartheta_a$ (t)	$\vartheta_\varphi$ (t)	$P_\gamma$ (MW)	$W_\gamma$ (MWh)
Redni br. kolone	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Konstantna potrošnja	30,0	41,1	1,000	41,1	1,000	1,000	1,000	2,05	1,50
Ostala potrošnja	79,2	176,0	0,380	66,9	0,616	0,405	0,445	8,80	6,42
Ukupna potrošnja	109,2	217,1	0,498	108,0	0,689	0,494	0,531	10,85	7,92

Izračunavanje u tabeli V.6:

Kolona 1:

$$W_{uk} = W_{con} + W_{ost}$$

Kolona 2:

$$P_{uk,max} = P_{con,max} + P_{ost,max}$$

Kolona 3:

$$m_{0,uk} = P_{uk,min} / P_{uk,max}$$

Napomena: da bi se izračunalo  $m_0$  ( $m_{0,uk}$ ) za ukupnu potrošnju, treba prvo izračunati podatke iz kolone 4.

Kolona 4:

$$P_{ost,min}^{con} = m_0 \frac{P_{con,ost,max}^{con}}{P_{con,ost,max}^{con}}$$

$$P_{uk,min} = P_{con,min} + P_{ost,min}$$

Kolona 5:

$$m_a = \frac{W}{730P_{max}}$$

Kolona 6:

$$\vartheta_a = \frac{m_a(2 + m_a^2)}{1 + 2m_a}$$

Kolona 7:

$$\vartheta_\varphi = \vartheta_a \cos^2 \varphi + m_a \sin^2 \varphi$$

Kolona 8:

$$P_\gamma = 0,05P_{max}$$

Kolona 9:

$$W_\gamma = 730\vartheta_\varphi P_\gamma$$

Provera:

$$W_{\gamma,uk} = W_{\gamma,con} + W_{\gamma,ost}$$

Različite oznake za gubitke snage (i energije) kao  $\Delta P$ ,  $\Delta P_\gamma$ ,  $P_\gamma$ , uz koje se još dodaju indeksi da označe element mreže ili kategoriju potrošnje, ili na primer, za maksimalne snage  $P_M$ , ili  $P_{max}$ , ne bi trebalo da izazovu zabunu, ako se zna na šta se mislilo. U ovom zadatku namerno je ostavljeno ovo tolerantno "šarenilo", koje odslikava i opus studentskih odgovora po pitanju označavanja. Problemi u vezi sa standardizacijom oznaka stari su koliko i škola, a u vezi su sa različitim označavanjem istih pojmova još na nižim kursevima na fakultetu.

**Problem V.22** Tabela V.7 daje pokazatelje potrošnje regiona sa dve kategorije, za jedan mesec ( $T=730h$ ). Maksimumi i minimumi snaga po kategorijama koincidiraju. Izračunati: a) Faktor aktivnog opterećenja  $m_a$ ; b) minimalno opterećenje  $P_m$ ; c) odnos minimalnog i maksimalnog opterećenja  $m_0$ ; d) vreme trajanja gubitaka  $\tau$  ( $\tau$ -metoda); e) prividni faktor gubitaka  $\vartheta_\varphi$  (Holmgreen-Rung metoda) i to ako se primeni **veza  $\tau$ -metode i Holmgreen-Rung metode**, odnosno, iz pretpostavke da su gubici aktivne energije izračunati po  $\tau$ -metodi i Holmgreen-Rung metodi jednaki.

Tabela V.7

<i>kategorija</i>	<i>W</i> (GWh)	<i>P<sub>M</sub></i> (MW)	<i>m<sub>0</sub></i> (t)	<i>P<sub>m</sub></i> (MW)	<i>m<sub>a</sub></i> (t)	<i>T<sub>MT</sub></i> (h)	<i>τ</i> (h)	<i>ϑ<sub>φ</sub></i> (t)
<i>industrija</i>	10	19	0.89					
<i>opšta</i>	18	39	0.23					
<i>ukupno</i>								

**Rešenje:**

Tabela V.8

<i>kategorija</i>	<i>W</i> (GWh)	<i>P<sub>M</sub></i> (MW)	<i>m<sub>0</sub></i> (t)	<i>P<sub>m</sub></i> (MW)	<i>m<sub>a</sub></i> (t)	<i>T<sub>MT</sub></i> (h)	<i>τ</i> (h)	<i>ϑ<sub>φ</sub></i> (t)
<i>industrija</i>	10	19	0,89	16,91	0,72098	526,316	404,428	0,55401
<i>opšta</i>	18	39	0,23	8,97	0,63224	461,539	320,660	0,43926
<i>ukupno</i>	28	58	0,44621	25,88	0,66131	482,759	347,050	0,47541

Navedimo relacije koje su poslužile za izračunavanje pozicija u tabeli V.8:

$$m_0 = \frac{P_m}{P_M}$$

$$T_{MT} = \frac{W}{P_M}$$

$$m_a = \frac{W}{P_M T}$$

$$T_{MT} = m_a T$$

Vreme trajanja gubitaka maksimalne snage po  $\tau$ -metodi

$$\tau_T = 0,17 T_{MT} + 0,83 \frac{T_{MT}^2}{T}$$

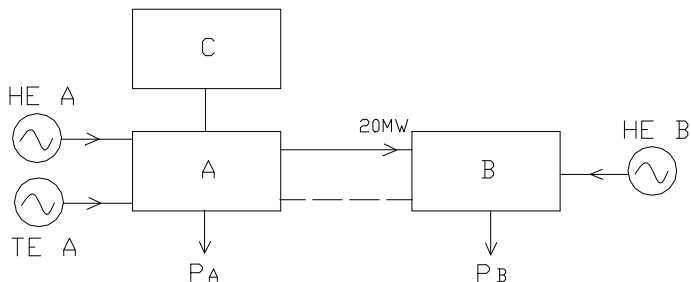
Gubici energije po  $\tau$ -metodi i po Holmgreen-Rung metodi se izjednačavaju,

$$W_\gamma = \tau P_\gamma = T \vartheta_\varphi P_\gamma$$

odakle

$$\vartheta_\varphi = \frac{\tau}{T}.$$

**Problem V.23** Elektroenergetski sistemi A, B i C rade u interkonekciji, kao na slici V.29. Tabela V.9 daje podatke o maksimalnoj snazi elektrana u A i B, kao i maksimalnom opterećenju potrošača sistema u posmatranoj godini.



Slika V.29

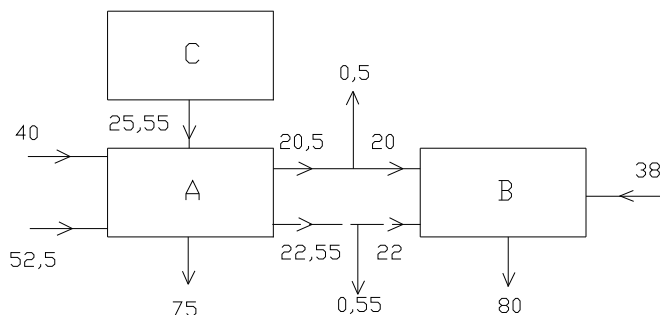
Izračunati bilans snaga u ovom elektroenergetskom sistemu uvažavajući sledeće uslove za razmatrani režim: a) generatorska rezerva u sistemima A i B iznosi 10% potrošnje tih sistema i locirana je u TE A, odnosno u HE B; b) postojeći dalekovod napona  $V_1$  prenosi 20MW mereno kod B i ima gubitke aktivne snage od 2,5% od snage na kraju voda; c) novi dalekovod koji treba izgraditi (crtkasto, slika V.29) može da bude ili napona  $V_1$  (2,5%) ili napona  $V_2$  (gubici 0,65% od snage na kraju voda); d) potrošnja se podmiruje pre svega lokalno, a svaki deficit snage podmiruje se uvozom iz sistema C. Koji je dalekovod ekonomičniji, ako se varijante porede samo po **godišnjim troškovima gubitaka**? Ove gubitke treba izračunati po metodi **Holmgreen-Rung**. Poznati su sledeći podaci relevantni za novi vod:  $m_a=0,25$ ,  $\cos\phi_M=0,8$  na godišnjem nivou. Jedinični troškovi gubitaka prenosa su 10NJ/kW i 0,0039NJ/kWh. Posmatra se režim maksimalnog opterećenja novog voda.

Tabela V.9

	HE A	TE A	HE B	$P_A$	$P_B$
$P$ (MW)	40	60	46	75	80

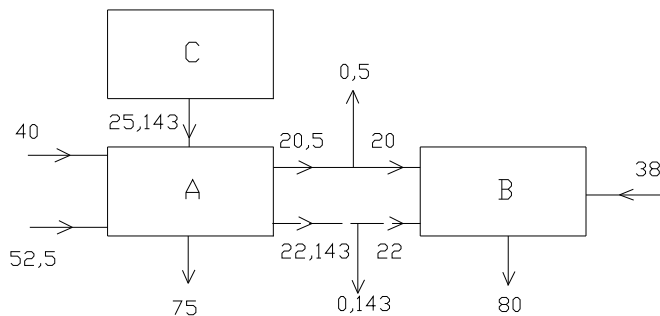
**Rešenje:**

S obzirom na uslove zadatka, na slici V.30 dat je bilans tokova aktivnih snaga (u MW) u sistemu, kada je izgrađen dalekovod napona  $V_1$ . Gubici aktivne snage pripisani su čvoru u "sredini voda".



Slika V.30

Na slici V.31 prikazan je bilans tokova aktivnih snaga (u MW) sistema kada je izgrađen dalekovod napona  $V_2$ .



Slika V.31

Holmgren-Rung metoda daje za gubitke energije

$$\Delta W = \Delta P_{MT} \vartheta_{\varphi}$$

Prividni faktor gubitaka izračunava se iz

$$\vartheta_{\varphi} = \vartheta_a \cdot \cos^2 \varphi_M + m_a \cdot \sin^2 \varphi_M$$

gde je  $\vartheta_a$  aktivni faktor gubitaka

$$\vartheta_a = \frac{m_a^2 (2 + m_a^2)}{1 + 2m_a}$$

za čije izračunavanje je potreban aktivni faktor opterećenja

$$m_a = \frac{W}{P_{MT}}$$

Rezultati proračuna za obe varijante prikazani su u tabelama V.10 i V.11.

Tabela V.10

$T(h)$	$\cos\varphi_M$	$\sin\varphi_M$	$m_a$	$\vartheta_a$	$\vartheta_\varphi$
8760	0,8	0,6	0,25	0,085938	0,145

Tabela V.11

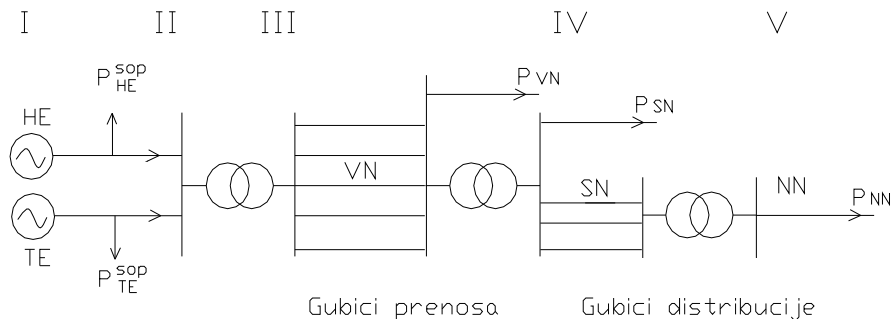
$\Delta P_{V1} (MW)$	$\Delta P_{V2} (MW)$	$\Delta W_{V1} (MWh)$	$\Delta W_{V2} (MWh)$	$C_{V1} (NJ)$	$C_{V2} (NJ)$
0,55	0,143	698,61	181,64	8224,6	2138,39

Prema tabeli V.11, varijanta V2 ima niže troškove gubitaka,  $C_{V2}=2138,39NJ$ .

**Problem V.24** Objasniti kakva **veza između procene gubitaka u mreži sistema, prognoze opterećenja i snage izvora** postoji u dugoročnom planiranju elektroenergetskih sistema.

**Rešenje:**

Na kraju, cilj nam je da povežemo materiju u vezi sa *prognozom opterećenja, planiranjem izvora i gubicima*. Pokušaćemo da objasnimo vezu između procene gubitaka u mreži sistema, prognoze opterećenja i snage izvora, na principijelnoj šemi elektroenergetskog sistema, na slici V.32.



Slika V.32 [34]



Činjenica je da se utrošena ili energija *prodana* potrošačima poznaje, pošto se naplaćuje. Ona može i da se beleži, odnosno, podaci o njoj se arhiviraju u bazama podataka, ona se i *prognozira* (metodama za prognozu).

Trendovi, ili izabrane *funkcionalne zavisnosti*, verifikuju se (usvajaju ili odbacuju) uvidom u ostvarenu potrošnju.

*Gubici*, kao što smo videli, mogu da se aproksimativno odrede, odnosno, da se procene, ali i prognoziraju.

Konačno, snaga izvora može približno da se odredi iz bilansa snaga, koji se postavlja pošto se prvo izračuna *aproksimativni energetski bilans* u mreži sistema. Evo tog bilansa:

- Utrošena energija = Energija naplaćena od potrošača (III, IV i V)
- Energija na pragu prenosa (III) = Energija naplaćena od potrošača + Gubici prenosa + Gubici distribucije + Sopstvena potrošnja razvodnih postrojenja i transformatorskih stanica (IV i V)
- Energija izvora (I) = Energija na pragu prenosa (III) + Sopstvena potrošnja elektrana, razvodnih postrojenja i transformatorskih stanica (I, II i III)
- Maksimalna snaga na pragu prenosa =  
= Energija na pragu prenosa (III)/(8760xFaktor aktivnog opterećenja).

Gubici u prenosu i distribuciji se izračunavaju u zasebnim studijama, koje uzimaju u obzir dekompoziciju na kategorije potrošača.

Potrošnja postoji na svim naponskim nivoima (VN - visoki napon, SN - srednji napon, NN - niski napon).

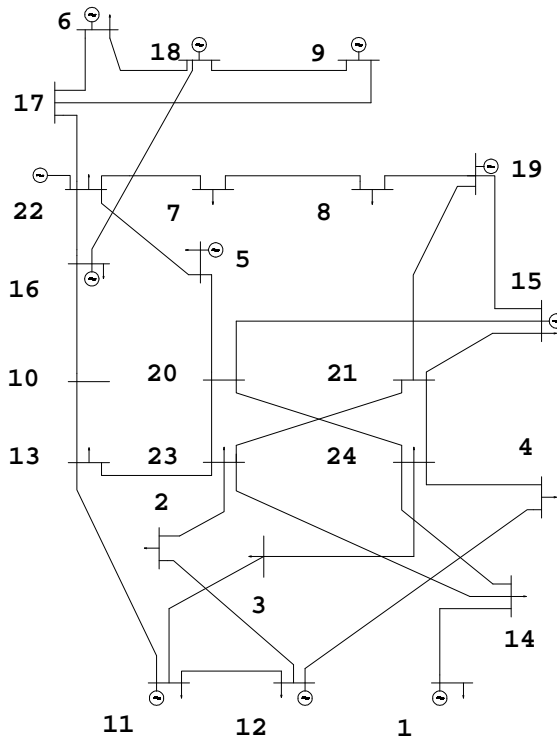
Dijagrami opterećenja  $P=f(t)$  obično se registruju na pragu elektrana (II) i kod potrošača na niskom naponu (V) [34].

Maksimalna snaga na pragu prenosa je veća od maksimalne snage opterećenja potrošača i mera je za adekvatnost ukupne, *postojeće instalisane snage sistema*.

Opisana veza, koja se uspostavlja između gubitaka u mreži sistema, (prognoze) opterećenja i snage izvora, potiče iz topološke povezanosti

komponentata elektroenergetskog sistema i podataka o tokovima snage i energije koji se dobijaju primenom *približnih metoda* i *jednačine bilansa*.

**Problem D.1** U jednom broju radova prikazan je program **DCXLS** koji je razvijen u Excel-u [18,36,37,38]. **Vizualizacija** je jedna od ugrađenih funkcija popularnog Excel-a, a podržava i programiranje u jeziku Visual Basic. U stručnoj literaturi je devedesetih počelo oglašavanje komercijalnih, tabelarnih, "Spreadsheet Based Power Flow" programa [99], što je autore navelo da i sami naprave jedan takav program. Marketinški slogan za jedan takav program, na primer [99], bila je "funkcionalnost Excel-a i dokazano nadmoćni korisnički interfejs za tabelarnu obradu". DC metoda je direktna (neiterativna) i idealna za tabelarnu obradu. Excel poseduje i mogućnosti iterativne obrade.



Slika D.1 [63]

U ovom dodatku biće prikazana samo jedna od funkcija programa DCXLS. Ideja za ovo ispitivanje bio je problem III.27. Test sistem je bio IEEE RTS (Reliability Test System) od 24 čvora i 34 grane [63], na slici D.1.

DCXLS poseduje mogućnost poređenja rezultata DC proračuna sa rezultatima AC proračuna tokova snaga, iz nekog drugog programa. Na taj način verifikuje se polazno stanje bez prekoračenja granica sigurnosti. Za RTS mrežu je usvojen **porast opterećenja potrošača** od 7% godišnje. Polazi se od 1996 godine i režima maksimalnog godišnjeg opterećenja sistema od 2850MW. Granice opteretivosti vodova su zadata ograničenja normalnog stanja [63]. Smatrano je da **porast snage izvora** prati porast opterećenja, po istoj stopi i na postojećim lokacijama. Posmatrane su tri godine u razvoju potrošnje sistema: 1996, 2006 i 2011 godina. Trebalo je lokalizovati **pojavljivanje uskih grla u prenosnoj mreži sistema**.

Čvorovi IEEE RTS mreže su prenumerisani u odnosu na [63] po takozvanoj šemi 1 [6,78], da bi se ubrzao rad AC programa za proračun tokova snaga [78]. To je razlog što je numeracija na slici D.1 drugačija nego u [63]. Inače, svi podaci za IEEE RTS mrežu mogu da se nađu u [63].

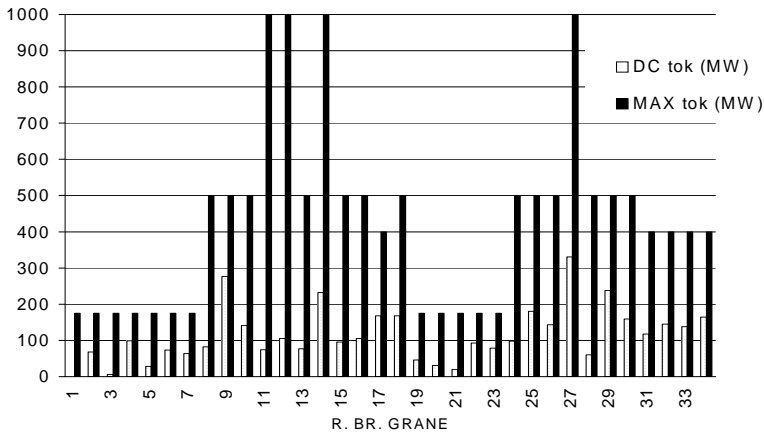
Tabela D.1

<i>Red. br. grane</i>	<i>2</i>	<i>4</i>	<i>6</i>	<i>9</i>	<i>17</i>	<i>22</i>	<i>23</i>	<i>29</i>	<i>34</i>
Od čvora (i)	2	3	4	5	10	14	14	17	21
Do čvora (j)	12	11	12	22	13	23	24	22	24
Prekoračenje (%)									
od max. snage grane, za 2006 god.		11,2 6		8,5		3,8			
Prekoračenje (%)									
od max. snage grane, za 2011 god.	6,9	56,0 5	15,0	52	16	46	24	31	14

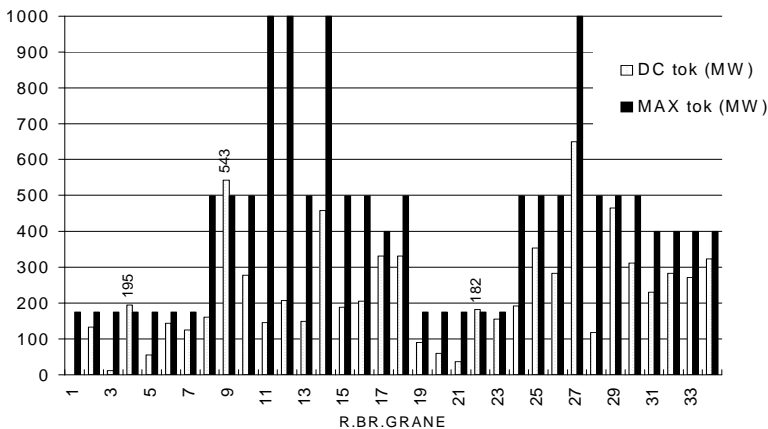
Tabela D.1 daje pregled “uskih grla” u mreži IEEE RTS.

DCXLS omogućava dobru vizualizaciju ovih rezultata. Slika D.2 važi za polaznu, 1996 godinu. Na slikama D.3 (2006 godina) i D.4 (2011 godina), kotama su označena prekoračenja tokova aktivnih snaga (MW) u granama, u odnosu na ograničenja normalnog pogona. Slike i tabele omogućavaju laku i brzu preliminarnu analizu potencijalnih uskih grla u mreži. Mogućnosti za vizualizaciju rezultata proračuna tokova snaga danas, neuporedive su u odnosu na sedamdesete i osamdesete, kada je trebalo praviti programe za

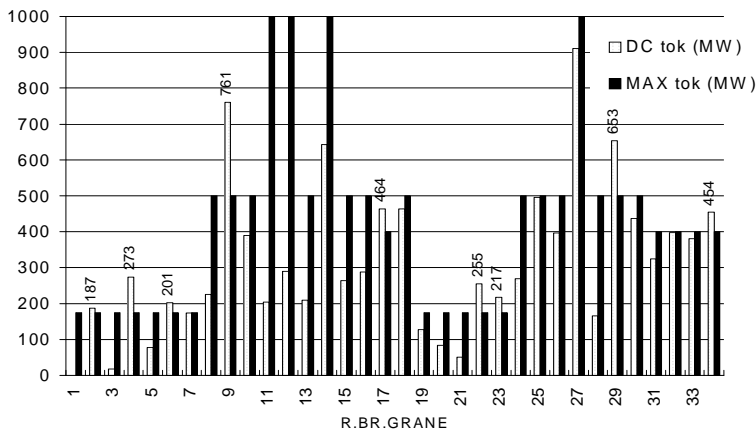
ploter [88]. Program DCXLS lako generiše varijante sa izmenjenom topologijom, izmenjenom potrošnjom i snagom izvora, izmenjenim porastom i zakonom porasta opterećenja. Lako se dobijaju različite varijante za analizu (n-k)-sigurnosti i slično. Nije potrebno dodatno programiranje, slike se ažuriraju automatski, posle promena u stalno otvorenim tabelama.



Slika D.2

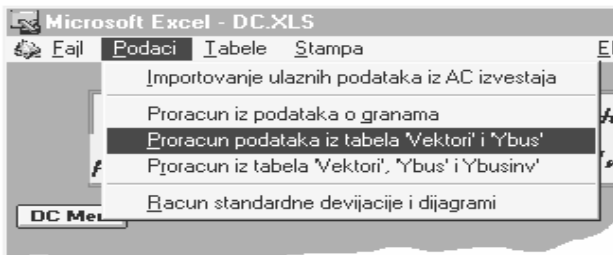


Slika D.3



Slika D.4

DCXLS je namenjen DC proračunu tokova snaga. Ovaj dodatak prikazuje analizu sigurnosti jedne prenosne mreže. Pomoću DCXLS se određuje godina u kojoj se može očekivati povreda ograničenja kapaciteta prenosa posmatrane mreže, izračunava veličina povrede i određuje lokacija uskih grla u mreži. Program DCXLS je jednostavan za korišćenje. Namenjen je istraživačima u oblasti, ekspertima, kao i učesnicima akademskog obrazovnog procesa.



Slika D.5

Maska programa DCXLS prikazana je na slici D.5. DCXLS se pokreće interaktivno, kroz standardne meni-dijaloge Workbooka. Posle učitavanja programa, na ekranu se pojavljuje najavna maska. Standardni Excel meni se zamenjuje korisničkim. Korisnik raspolaže sa pet radnih i dvema

tabelama za grafički prikaz. Koristi se još i pet pomoćnih tabela. DCXLS kreira vlastiti sistem menija koji je grupisan u sedam namenskih celina. Ovaj sistem omogućava unošenje i obradu ulaznih podataka na više različitih načina, komunikaciju sa tabelama, štampu i komunikaciju sa ekranom. Podaci mogu da budu preuzeti iz izveštaja standardnog AC proračuna tokova snaga napisanog u FORTRAN-u [58], posle čega se filtriraju. Alternativno, oni mogu da budu uneti i kao podaci iz dijagonalne matrice admitansi mreže, ili učitani kao već gotova matrica admitansi čvorova mreže (slika D.5).

**Dodatak D.2 SADCLF** je računarski program za simboličku analizu DC proračuna tokova snaga, u kojem su parametri definisani simbolima [15,16,79]. U čemu je prednost analitičkog (simboličkog) iskaza nad numeričkim, u slučaju proračuna tokova snaga? Treba napomenuti da AC proračun nema mogućnost takvog iskaza, koja je svojstvena DC proračunu. Ukratko, prednost je u mogućnosti da se dobije **prenosna funkcija mreže**, kao u linearnim kolima. Aktivni tokovi snage vodova, na primer, mogu da se smatraju takvom funkcijom. Oni su rešeni kao **simbolički** (analitički) izrazi, za najopštiji slučaj sistema razmatrane topologije.

Simbolički račun omogućava kvalitativnu i analizu osetljivosti, pored tradicionalne numeričke analize [100]. Lista komponenata definiše sve komponente mreže jednog elektroenergetskog sistema:

$$PS = \{PSC[1], PSC[2], \dots, PSC[NPSC]\}$$

koji su, opet, liste oblika:

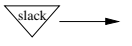
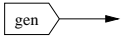
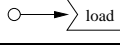
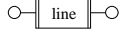
$$PSC[k] = \{\text{identifikator}, \text{konekcija}, \text{parametri}\}$$

identifikator se sastoji od dve promenljive koje jedinstveno definišu tip i naziv komponente:

$$\text{identifikator} = \text{"tip"}, \text{"ime"}$$

konekcija je lista brojeva čvorova između kojih je priključena komponenta;

parametri su lista simbola ili jedna simbolička, odnosno numerička vrednost (parametar) predstavljene komponente.

Simbol	Funkcija	Model
	slack čvor	SLACK
	generator	GEN
	potrošnja	POTR
	vod ili transformator	VOD

Slika D.6

Komponente sistema (slika D.6) su generator, potrošač, vod i balansni generator/potrošač (SLACK). Simbolički analizador generiše simboličke transfer funkcije u *off-line* modu. Generisane funkcije se koriste u *on-line* modu (interaktivno). Prenosne funkcije mogu da se koriste i u drugim programima. Na slici D.7 prikazane su konstitutivne jednačine SADCLF.

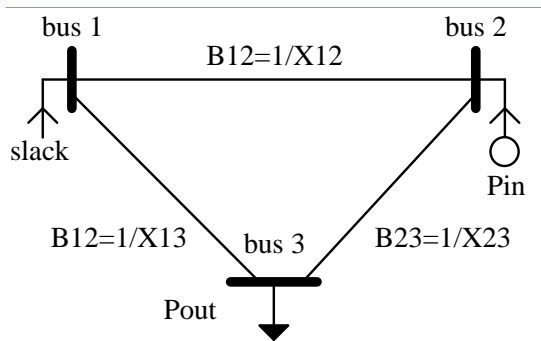
Model	Definicija
SLACK	$\theta = 0$
GEN	$P = P_{\text{gen}}, P_{\text{gen}} \geq 0$
POTR	$P = -P_{\text{load}}, P_{\text{load}} \geq 0$
VOD	$P_{im} = B_{im}(\theta_i - \theta_m)$

Slika D.7

SADCLF generiše prenosne funkcije, to su tokovi snage vodova (transakcije) po jednačinama iz poznatog DC modela (problem V.6) u kojem su rezultat proračuna uglovi čvorova u funkciji simboličkih injektiranja i susceptansi mreže. Referentni smer za pretpostavljeno generisanje je ka čvoru,  $P_{gi} > 0$ , a za pretpostavljenu potrošnju iz čvora,  $P_{pi} > 0$ . Kao što je rečeno, DC model je izomorfan poznatoj metodi napona čvorova, na primer, uglovi naponima, snage strujama [6]. To znači, ako znamo kako da “sastavimo” matričnu jednačinu za metodi napona čvorova iz Teorije



električnih kola, znamo kako da dobijemo rešenje proračuna okova snaga (makar to bilo i DC rešenje). Posmatrajmo mrežu od tri čvora, poznatu iz problema u poglavlju V. Sada su svi parametri i sve promenljive zadati kao simboli. Rešenje SADCLF za ovu mrežu, dato je na slici D.9.



Slika D.8

```
(* REZULTATI SIMBOLICKE SIMULACIJE: UGLOVI *)

θ1 = 0

      Pin B13 - Pout B23 + Pin B23
θ2 = -----
      B12 B13 + B12 B23 + B13 B23

      -(Pout B12) - Pout B23 + Pin B23
θ3 = -----
      B12 B13 + B12 B23 + B13 B23

SLACK = Pout - Pin

6.75 Second (PC-i486/DX2-50)

(* REZULTATI SIMBOLICKE SIMULACIJE:SNAGE *)

      B12 (Pin B13 - Pout B23 + Pin B23)
P12 = - (-----)
      B12 B13 + B12 B23 + B13 B23

      B13 (Pout B12 + Pout B23 - Pin B23)
P13 = -----
      B12 B13 + B12 B23 + B13 B23

      (Pout B12 + Pin B13) B23
P23 = -----
      B12 B13 + B12 B23 + B13 B23
```

Slika D.9

Simboličke transfer funkcije poseduju *maksimalno moguću opštost* koju jedno rešenje DC proračuna tokova snaga može da ima. U već gotovim, “generisanim” izrazima, možemo sada da zamenjujemo bilo koje vrednosti parametara mreže, pojedinačno ili grupno, *a da nema inverzije*, pošto je ona na najopštiji način, simbolički, već sprovedena. Ova osobina pruža velike mogućnosti za

- korektivno prekidanje
- preraspodelu snage izvora
- izračunavanje transfera snage (u deregulisanom sistemu) [15,16]
- izračunavanje rezerve prenosa
- klasičan proračun statičke sigurnosti
- planiranje razvoja mreže.

Uzmimo samo ***planiranje razvoja mreže***, metodu koju smo u klasičnom obliku predstavili u problemu V.10. Da se podsetimo, rezultat je bila tabela V.1, ovde data ponovo, kao tabela D.2.

Tabela D.2

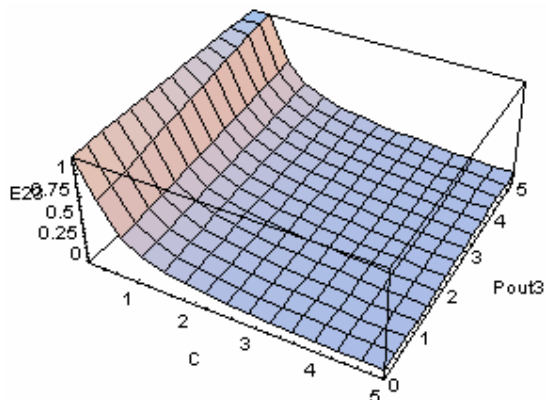
	<i>limit</i>	<i>bazno</i>	<i>12  12</i>	<i>13  13</i>	$E_{13}$	<i>23  23</i>	$E_{23}$
	<i>rjMW</i>	<i>rjMW</i>	<i>rjMW</i>	<i>rjMW</i>	<i>rjMW/NJ</i>	<i>rjMW</i>	<i>rjMW/NJ</i>
$P_{12}$	5	-1	-0,636	-1,231		-0,455	
$P_{13}$	3	<u>3</u>	<u>3,273</u>	1,615	0,308	2,455	0,364
$P_{23}$	5	2	1,727	1,77		1,273	

Rezultat simboličkog pristupa, koji omogućava SADCLF, je i moćna ***vizualizacija***, očigledna na slikama D.10-15 [101]. Na slici D.10, prikazan je indeks efikasnosti  $E_{23}$  za dodavanje voda 23 na postojeću mrežu, kada se cena voda i snaga potrošnje menjaju ovako:

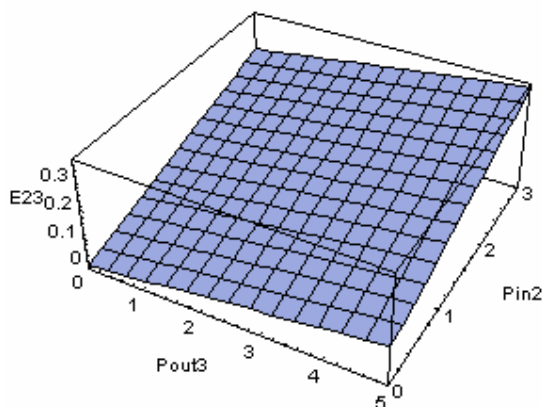
$$C(0,1,5); \text{Pout}3(0,5), \text{ pri čemu je } E_{23} = 3(9 + \text{Pout}3)/77C.$$

Na slici D.11, prikazan je indeks efikasnosti  $E_{23}$  za dodavanje voda 23 na postojeću mrežu, kada je cena voda fiksna a snage generisanja i potrošnje menjaju ovako:

Pin2(0,3); Pout3(0,5). Pritom  $E_{23} = 0.0779221 \text{ Pin2} + 0.025974 \text{ Pout3}$ .



Slika D.10



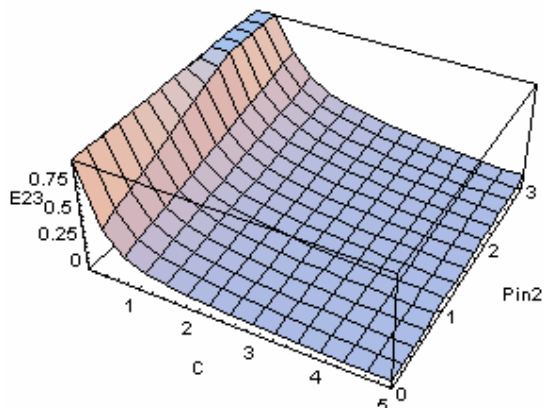
Slika D.11

Na slici D.12, dat je indeks efikasnosti  $E_{23}$  za dodavanje voda 23 na postojeću mrežu, kada je potrošnja fiksna a cena i snaga generisanja menjaju ovako:

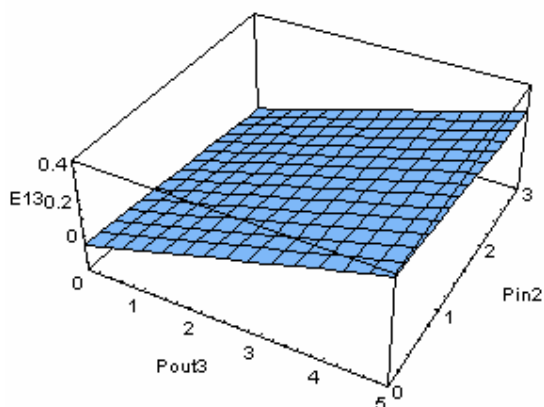
$C(0,1,5)$ ;  $Pin2(0,3)$ . Pritom je  $E_{23} = 3(5 + Pin2)/77C$ .

Na slici D.13, dat je indeks efikasnosti E13 za dodavanje voda 13 na postojeću mrežu, kada je cena fiksna a generisanje i potrošnja menjaju se ovako:

$\text{Pin2}(0,3); \text{Pout3}(0,5)$ . Pritom  $E13 = -0.043956 \text{ Pin2} + 0.0879121 \text{ Pout3}$ .



Slika D.12



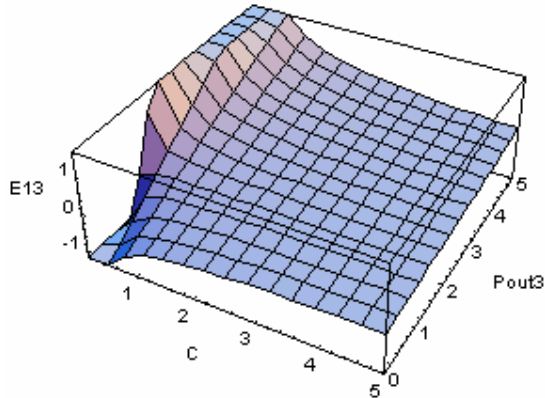
Slika D.13

Na slici D.14, dat je indeks efikasnosti E13 za dodavanje voda 13 na postojeću mrežu, kada je generisanje fiksno, a cena i potrošnja menjaju se ovako:

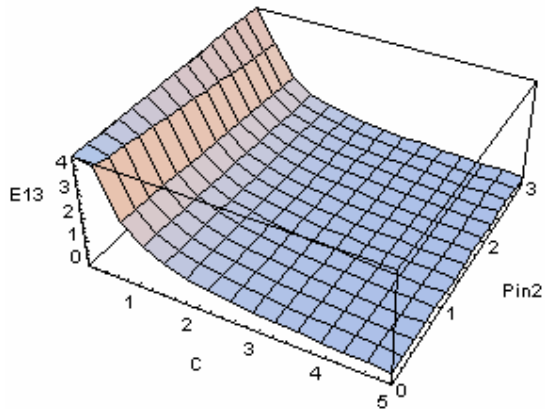
$C(0,1,5); Pout3(0,5)$ , pri čemu je  $E_{13} = 18(-3 + Pout3)/91C$ .

Na slici D.15, dat je indeks efikasnosti  $E_{13}$  za dodavanje voda 13 na postojeću mrežu, kada je potrošnja fiksna, a cena i snaga generisanja menjaju ovako:

$C(0,1,5); Pin2(0,3)$ ; pritom je  $E_{13} = 18(-10 + Pin2)/91C$ .



Slika D.14



Slika D.15

Samo jednim površnim pregledom rezultata na ovim slikama, vidimo da efikasnost dodavanja voda 23 brže opada sa porastom cene voda, od varijante kada bi se dodao vod 13 (čija cena preti takođe da poraste). Pritom se sve, na primer, posmatra za otklone snage generisanja iz čvora 2, od 3rjMW prema nuli. Mogli bismo da zaključimo i to kako efikasnost pojačanja mreže zavisi od promene režima u mreži. Ne nalazi se mreža stalno u fiksnom režimu koji sugeriše tabela D.1.

SADCLF simbolički analizator električnog kola je računarski program koji na osnovu zadatog opisa kola obavlja simboličku analizu i generiše simboličke izraze za odziv kola ili funkciju mreže. Kolo se zadaje spiskom elemenata. Elementi se zadaju načinom povezivanja i parametrima.

Simbolički analizator omogućava **analizu osetljivosti, klasičnu numeričku analizu**, kao i iskorišćenje **prednosti objektno-orijentisanog pristupa** analizi mreže. Na primer, funkcija balansnog čvora može da se jednostavno dodeli drugom čvoru, pri čemu se izbegava mučna prenumeracija, poznata u klasičnom problemu proračuna tokova snaga.

Simbolični analizator omogućava *virtualizaciju realnog ponašanja mreže* elektroenergetskog sistema i prevazilazi izvesna uobičajena ograničenja komunikacije sa računarom.

U čemu se sastoji pomenuta “virtualizacija”? Za generaciju koja to nije videla, ovo što ću napisati biće od male pomoći. Ipak, pokušaću da dočaram, mada sam i sam to video samo jednom. Pre pojave “digitalnih” računara, postojali su takozvani “analogni” računari, mrežni analizatori, ili modeli mreže. Njih pominje i knjiga Ivoševića [17].

Ovi mrežni analizatori, kada bi se podesili, davali bi struje koje su bile srazmerne tokovima snaga u vodovima, injektiranja srazmerna snagama stvarnih izvora (izomorfizam, problem V.6). Mada “to nije bilo to”, ipak su ove mreže mogle veoma brzo da pruže kakvu-takvu sliku dešavanja u stvarnoj mreži elektroenergetskog sistema.

SADCLF je takav mrežni analizator, samo ne “in vivo”, tj. uživo, već “in vitro”, što bi rekli medicinari. Sa nekim budućim razvojem računara, biće veće i mogućnosti za punu simboličku obradu velikih mreža elektroenergetskih sistema.

I sada, mada nije komercijalni program, SADCLF može da obuhvati parcijalno-simbolički i veliku mrežu, kakvom se na primer smatra IEEE RTS.